

## 流動層

固定された粒子充填層の底部より流体を上向きに流し、流量を次第に大きくしてゆく。はじめの内は、粒子群の自重のために充填層自体に目立った変化は見られないが、やがて圧力損失と抵抗力が粒子群の自重に打ち勝ち、粒子群が浮遊して流体のような挙動を示す。この現象を**流動化(fluidization)**という。流動層の工業利用例として、石油精製工業における接触分解反応(炭化水素油の C-C 結合を断ち切って低沸点留分からなるガソリンを製造)、石炭の燃焼とガス化、粉粒体の乾燥や造粒などがある。

### 1. 充填層圧力損失

固体粒子を充填させた化学装置は、反応や分離を目的として広く用いられている。固体触媒反応では、粉末状の触媒粒子を反応器内に充填し、ガスを流して反応を行う。固定層吸着装置は、活性炭やゼオライトなどの吸着剤を装置内に充填して操作する。下水処理に用いられる砂ろ過器は、粒度の異なる複数種の粉粒体が容器内に充填されたものからなる。

#### 1. 1 相当直径

流路がまっすぐな円管でない場合は、**相当直径(equivalent diameter)**に換算することで、直円管と同様の取り扱いができる。相当直径  $D_{eq}$  [m]は、流体と接している壁面周辺の長さ、すなわちぬれ辺長  $l_w$  [m]と流路断面積  $A$  [m<sup>2</sup>]の比で表される**動水半径(hydraulic radius) $r_H$**  [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \cdots(1.1.1)$$

$$D_{eq} = \frac{4A}{l_w} \quad \cdots(1.1.2)$$

4倍の理由は、次式のように、円管における相当直径  $D_{eq}$  を円管径  $D$  と一致させるためである。

$$D_{eq} = \frac{4\pi(D/2)^2}{\pi D} \quad \cdots(1.1.3)$$

$$D_{eq} = D \quad \cdots(1.1.4)$$

流路形状が開溝と環状路の場合の相当直径  $D_{eq}$  は、それぞれ次式で表される。

$$\text{(開溝)} \quad D_{eq} = \frac{4ab}{2a+b} \quad \cdots(1.1.5)$$

$$\text{(環状路)} \quad D_{eq} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{\pi(D_2 + D_1)} = D_2 - D_1 \quad \cdots(1.1.6)$$

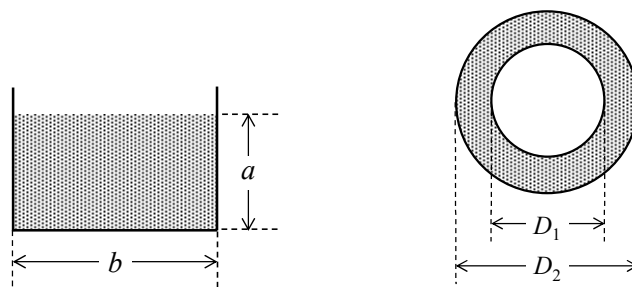


図 1.1.1 開溝(左)と環状路(右)

## 1. 2 ダルシーの式

粒子充填層に一定の流量で流体を流すと、マンメーターの液位に差が生じて、この分だけ圧力損失を生じる。圧力損失 $\Delta p$  [Pa]は、流体が固定層内を流れる際の摩擦損失に相当し、流体の体積流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/s]、流体粘度  $\mu$  [Pa·s]、層高  $L$  [m]に比例する。損失分は、ポンプやコンプレッサーなどの流体輸送機で補う必要がある。これらの関係式は、**ダルシーの式(Darcy's equation)**で表される。[文献 1]

$$u = k_p \frac{\Delta p}{\mu L} \left( = \frac{Q}{A} \right) \quad \dots(1.2.1)$$

ただし、 $k_p$ は**透過係数(permeability coefficient)**[m<sup>2</sup>]。

ダルシーの式は簡便だが、粒子充填層やそれを構成している固体粒子に関する粒子特性項が含まれない為、粒子充填層を変更するたびに透過係数  $k_p$ を実験的に求める必要がある。

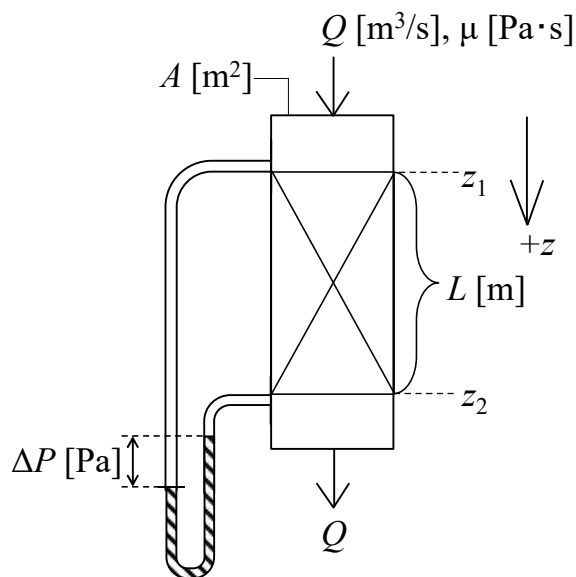


図 1.2.1 粒子充填層における透過流動現象

(図中のバツ印は、触媒などの固体粒子や人工的な充填物が充填されていることを表す。)

## 1. 3 コゼニー・カルマンの式

粒子充填層内の流れは、みかけの直径  $d_e$  [m]、みかけの長さ  $L_e$  [m]の仮想的な直円管内流れとみなすことができる。このとき、粒子充填層内を流れるみかけの平均流速  $u_e$  [m/s]は、ハーゲン・ポアズイユの式を用いて次式で表される。[文献 2, 3]

$$u_e = \frac{d_e^2 \Delta p}{32 \mu L_e} \quad \cdots(1.3.1)$$

$\mu$  は流体粘度[Pa·s]、 $\Delta p$  は圧力損失[Pa]。

粒子充填層内における仮想的な屈曲流路において、空隙率  $\varepsilon$  [-]は粒子充填層の全体積  $V_b$  [m<sup>3</sup>]に対する空隙体積  $V_{e0}$  [m<sup>3</sup>]の比で表される。

$$\varepsilon = \frac{V_{e0}}{V_b} \quad \cdots(1.3.2)$$

粒子充填層と空隙部の断面積をそれぞれ  $A$  および  $A_{e0}$  [m<sup>2</sup>]とすると、上式を用いて次式が成り立つ。

$$\varepsilon = \frac{A_{e0} L}{A L} = \frac{A_{e0}}{A} \quad \cdots(1.3.3)$$

ここで、空塔速度  $u$  [m/s]および屈曲流路内のみかけの平均流速  $u_{e0}$  [m/s]は、流体の体積流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/s]を用いてそれぞれ次式で表される。

$$u = \frac{Q}{A} \quad \cdots(1.3.4)$$

$$u_{e0} = \frac{Q}{A_{e0}} \quad \cdots(1.3.5)$$

$u$  と  $u_{e0}$  の比をとって  $Q$  を消去したものを  $\varepsilon$  の式に代入し、 $A$  と  $A_{e0}$  を消去すると、次式のようになる。

$$\frac{u}{u_{e0}} = \frac{A_{e0}}{A} \quad \cdots(1.3.6)$$

$$\varepsilon = \frac{u}{u_{e0}} \quad \cdots(1.3.7)$$

$$u_{e0} = \frac{u}{\varepsilon} \quad \cdots(1.3.8)$$

粒子充填層内における流体の透過時間は、あらゆる流路モデルにおいて等しい。いま、仮想的な屈曲流路と延伸流路の透過時間を等置し、みかけの平均流速  $u_e$  [m/s]について整理すると、次式の通りとなる。

$$\frac{L}{u_{e0}} = \frac{L_e}{u_e} \quad \cdots(1.3.9)$$

$$u_e = u_{e0} \frac{L_e}{L} \quad \cdots(1.3.10)$$

$u_{e0}$  の式を上式に代入すると、次式を得る。

$$u_e = \frac{u L_e}{\varepsilon L} \quad \cdots(1.3.11)$$

みかけの円管径  $d_e$  [m]は、相当直径の式を次式の通りに変形して得る。

$$d_e = 4 \times \frac{A L}{l_w L} \quad \cdots(1.3.12)$$

$$d_e = 4 \times \frac{V}{A_w} \quad \cdots(1.3.13)$$

$$d_e = 4 \times \left[ \frac{V_b \varepsilon}{S_V V_b (1 - \varepsilon)} \right] \quad \cdots(1.3.14)$$

$$d_e = \frac{4\varepsilon}{S_V (1 - \varepsilon)} \quad \cdots(1.3.15)$$

$A$ は流路断面積[m<sup>2</sup>]、 $A_w$ はぬれ面積[m<sup>2</sup>]、 $L$ は層高[m]、 $l_w$ はぬれ辺長[m]、 $S_V$ は体積基準の比表面積[m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>]、 $V_b$ は粒子充填層体積[m<sup>3</sup>]、 $V$ は流路体積[m<sup>3</sup>]。

$u_e$ の式と $d_e$ の式をそれぞれハーゲン・ポアズイユの修正式に代入し、空塔速度 $u$  [m/s]あるいは層高あたりの圧力損失 $\Delta p/L$  [Pa/m]について整理すると、**コゼニー・カルマンの式(Kozeny-Carman's equation)**が導かれる。[文献 4-6]

$$\frac{uL_e}{\varepsilon L} = \frac{1}{32} \left[ \frac{4\varepsilon}{S_V (1 - \varepsilon)} \right]^2 \frac{\Delta p}{\mu L_e} \quad \cdots(1.3.16)$$

$$u = \frac{\varepsilon}{32} \left( \frac{L}{L_e} \right) \left[ \frac{16\varepsilon^2}{S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta p}{\mu L_e} \quad \cdots(1.3.17)$$

$$u = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{L_e} \right) \left[ \frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta p}{\mu L_e} \quad \cdots(1.3.18)$$

$$u = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{L_e} \right)^2 \left[ \frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \right] \left( \frac{\Delta p}{\mu L_e} \right) \left( \frac{L_e}{L} \right) \quad \cdots(1.3.19)$$

$$u = \frac{1}{k} \left[ \frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta p}{\mu L} \quad \left[ 1/k \equiv (1/2)(L/L_e)^2 \right] \quad \cdots(1.3.20)$$

$$u = \left[ \frac{\varepsilon^3}{k S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta p}{\mu L} \quad \cdots(1.3.21)$$

$$\boxed{\frac{\Delta p}{L} = k S_V^2 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu u} \quad \cdots(1.3.22)$$

$k$ は**コゼニー一定数(Kozeny's constant)**[-]であり、経験的に $k \approx 5$ であることが知られている。[文献 4, 5] ダルシーの式とコゼニー・カルマンの式を比較すると、粒子特性項を含む透過係数 $k_p$  [m<sup>2</sup>]が得られる。このことから、コゼニー・カルマンの式がダルシーの式を修正した式になっていることが分かる。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5 S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \quad \cdots(1.3.23)$$

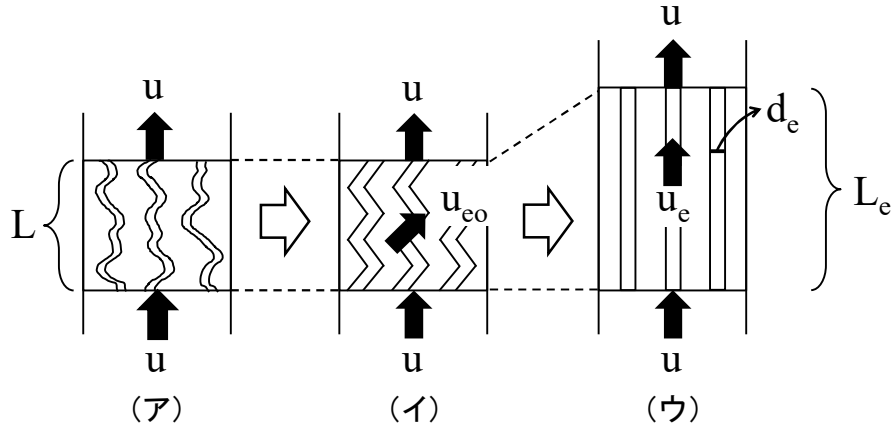


図 1.3.1 粒子充填層内の流動モデル[文献 4]

(ア) 実際の流路、(イ) 仮想的な屈曲流路、(ウ) 仮想的な延伸流路

### 1. 4 バーク・プラマーの式

粒子充填層内の流動状態が乱流の場合、直円管を仮定した粒子充填層内を流れるみかけの平均流速  $u_e$  [m/s]は、ファニングの式を用いて次式で表される。

$$\Delta p = 4f \left( \frac{L_e}{d_e} \right) \left( \frac{\rho u_e^2}{2} \right) \quad \dots(1.4.1)$$

ただし、 $f$ は管摩擦係数[-]。

$u_e$ の式と  $d_e$ の式をそれぞれ上式に代入し、層高あたりの圧力損失  $\Delta p/L$  [Pa/m]について整理すると、バーク・プラマーの式(Burke-Plummer's equation)が導かれる。[文献 7]

$$\Delta p = 4f \left[ \frac{L_e}{4\varepsilon} \right] \left[ \frac{\rho_f}{2} \right] \left( \frac{u L_e}{\varepsilon L} \right)^2 \quad \dots(1.4.2)$$

$$\Delta p = 4f \left[ \left( \frac{1-\varepsilon}{4\varepsilon} \right) S_V L_e \right] \left[ \frac{\rho_f}{2} \right] \left( \frac{u^2 L_e^2}{\varepsilon^2 L^2} \right) \quad \dots(1.4.3)$$

$$\Delta p = \frac{1}{2} f S_V \left( \frac{L_e^3}{L^2} \right) \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(1.4.4)$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{1}{2} f S_V \left( \frac{L_e^3}{L^3} \right) \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(1.4.5)$$

$$\frac{\Delta p}{L} = S_V \left[ \frac{f}{2(L/L_e)^3} \right] \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(1.4.6)$$

$$\boxed{\frac{\Delta p}{L} = K S_V \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2} \quad \left[ K \equiv \frac{f}{2(L/L_e)^3} \right] \quad \dots(1.4.7)$$

### 1. 5 エルガンの式

層流項と乱流項を含めた層高あたりの圧力損失 $\Delta p/L$  [Pa/m]は、次式で表される。

$$\frac{\Delta p}{L} = au + b\rho u^2 \quad \cdots(1.5.1)$$

ただし、 $a$  と  $b$  は定数。

上式の右辺第1項をコゼニー・カルマンの式と、右辺第2項をバーク・プラマーの式とそれぞれ比較すると、定数  $a$  および  $b$  はそれぞれ次式で表される。

$$a \propto \frac{kS_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \quad \cdots(1.5.2)$$

$$a = k_1' \left[ \frac{S_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \right] \quad \cdots(1.5.3)$$

$$b \propto KS_V \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \quad \cdots(1.5.4)$$

$$b = k_2'S_V \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \quad \cdots(1.5.5)$$

ただし、 $k_1'$  と  $k_2'$  は定数。

粒子充填層内に充填されている粒子の体積基準比表面積  $S_V$  [m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>]は、次式で与えられる。

$$S_V = \frac{S_p}{V_p} = \frac{\phi_s x^2}{\phi_v x^3} \quad \cdots(1.5.6)$$

ただし、 $\phi_s$  は表面積形状係数[－]、 $\phi_v$  は体積形状係数[－]。

充填粒子形状を球と仮定するとき、 $\phi_s = \pi$  および  $\phi_v = \pi/6$  であることから、上式は次式で表される。

$$S_V = \frac{6}{x} \quad \cdots(1.5.7)$$

一般の粒子形状に対しては、カルマンの形状係数 $\phi_c$ (球のとき $\phi_c=1$ )を用いて粒子径を補正する。

$$S_V = \frac{6}{\phi_c x} \quad \cdots(1.5.8)$$

$a$  と  $b$  と  $S_V$  の式を最初の式に代入すると、エルガンの式(Ergun's equation)が導かれる。[文献 8]

$$\frac{\Delta p}{L} = \left[ k_1' \frac{S_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \right] u + \left[ k_2'S_V \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \right] \rho_f u^2 \quad \cdots(1.5.9)$$

$$\frac{\Delta p}{L} = k_1' \left( \frac{6}{\phi_c x} \right)^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu u + k_2' \left( \frac{6}{\phi_c x} \right) \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \cdots(1.5.10)$$

$$\frac{\Delta p}{L} = 36k_1' \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c x)^2} + 6k_2' \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c x} \quad \cdots(1.5.11)$$

$$\frac{\Delta p}{L} = k_1 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c x)^2} + k_2 \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c x} \quad [k_1=36k_1', k_2=6k_2'] \quad \cdots(1.5.12)$$

$$\boxed{\frac{\Delta p}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c x)^2} + 1.75 \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c x}} \quad \cdots(1.5.13)$$

$k_1$  と  $k_2$  はそれぞれ定数であり、 $k_1 \doteq 150$ 、 $k_2 \doteq 1.75$  であることが知られている[文献 8]。エルガンの式は、粒子充填層内の流動状態が層流と乱流の両方の場合において用いることができる。

## 2. 流動化開始速度

固定層(fixed bed)の状態からガス流速をゆるやかに増大させてゆくと、それに合わせて充填層内の圧力損失が増大する。圧力損失と抵抗力が粒子群の自重に打ち勝つあたりで圧力損失がある極大値をとる。これは、はじめに充填された粒子群が圧密状態にあったためである。なお、再度同じ操作を行うと、極大値は現れない。その先は、粒子群が浮遊する流動化(fluidization)が起こり、均一流動層(particulate)や気泡流動層(bubbling)の状態となる。さらにガス流速を増大させると、スラッキング現象(脈動)やチャネリング現象(吹き抜け)が起こるようになり、圧力損失の低下も起こり始める。やがてガス流速が粒子の終末速度  $u_t$  を越えると、粒子群全体がガスに持ち上げられて輸送される気流層(entrained bed)となり、圧力損失は大きく低下する。反対にガス流速を下げると、圧力損失は行きと同じ経路を通るが、極大値の経路は通らない。圧力損失と抵抗力が粒子群の自重と釣り合う点を境に圧力損失の低下が起こる。この点におけるガス流速を流動化開始速度(minimum fluidization velocity)  $u_{mf}$  という。実験的には、ガス流速を下げる帰りの操作で決定する。

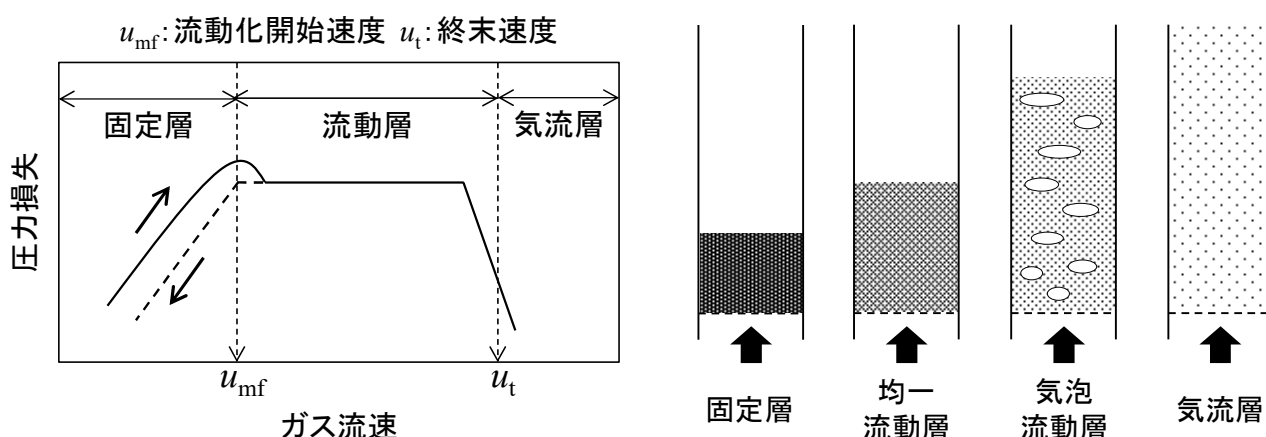


図 2.1 流動層内の圧力損失挙動[文献 9, 10]

流動化開始時における粉体層の圧力損失  $\Delta p$  [Pa] は、粒子にかかる浮力  $F_b$  [N] を差し引いた粉体層の自重  $W$  [N] に等しい。粉体層にかかる力のつりあいは、次式で表される。

$$\Delta p S = W - F_b \quad \cdots(2.1)$$

$S$  は粉体層の断面積[m<sup>2</sup>]。

粉体層の自重  $W$  [N] と粒子にかかる浮力  $F_b$  [N] は、流動化開始時の空隙率  $\varepsilon_{mf}$  [–] を用いて次式で表される。

$$W = S L_{mf} (1 - \varepsilon_{mf}) \rho_p g \quad \cdots(2.2)$$

$$F_b = S L_{mf} (1 - \varepsilon_{mf}) \rho_f g \quad \cdots(2.3)$$

$L_{mf}$  は流動化開始時の粉体層高[m]、 $\rho_p$  はガス密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $\rho_f$  は粒体密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $g$  は重力加速度[m/s<sup>2</sup>]。

$W$  と  $F_b$  の式を  $\Delta p S$  の式に代入すると、流動化開始時の単位層高あたり圧力損失  $\Delta p/L_{mf}$  [Pa/m] は、次式で表される。

$$\frac{\Delta p}{L_{mf}} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots(2.4)$$

上式に Ergun の式を代入する。

$$150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\mu L_{mf} u_{mf}}{(\phi_c x)^2} + 1.75 \left( \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \right) \frac{\rho_f L_{mf} u_{mf}^2}{\phi_c x} = L_{mf} (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots(2.5)$$

$x$  は粒子径[m]、 $u_{mf}$  は流動化開始速度[m/s]、 $\phi_c$  は Carman の形状係数[-]、 $\mu$  は流体の粘度[Pa·s]。

上式において、左辺第 1 項は層流時圧力損失、第 2 項は乱流時圧力損失、右辺は全圧力損失を表す。粒子レイノルズ数  $Re_{mf}$  [-] とアルキメデス数  $Ar$  [-] を用いると、上式は次式のように整理される。

$$\frac{150(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c^2} Re_{mf} + \frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c} Re_{mf}^2 = Ar \quad \cdots(2.6)$$

$$Re_{mf} = \frac{x u_{mf} \rho_f}{\mu} \quad \cdots(2.7)$$

$$Ar = \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f) x^3}{\mu^2} \quad \cdots(2.8)$$

アルキメデス数  $Ar$  は、粘性力に対する沈降方向の慣性力の比で定義され、Stokes 式を用いて導かれる。粉体層粒子が微粒子の場合、Ergun 式の乱流項を無視して整理すると、層流条件における流動化開始速度  $u_{mf}$  [m/s] を得る。

$$\frac{150(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c^2} \frac{x u_{mf} \rho_f}{\mu} = \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f) x^3}{\mu^2} \quad \cdots(2.9)$$

$$\frac{150(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c^2} u_{mf} = \frac{g (\rho_p - \rho_f) x^2}{\mu} \quad \cdots(2.10)$$

$$u_{mf} = \frac{g (\rho_p - \rho_f) x^2}{150 \mu} \frac{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c^2}{1 - \varepsilon_{mf}} \quad (Re_{mf} < 20) \quad \cdots(2.11)$$

粉体層粒子が粗粒子の場合、Ergun 式の層流項を無視して整理すると、乱流条件における流動化開始速度  $u_{mf}$  [m/s] を得る。

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c} \left( \frac{x u_{mf} \rho_f}{\mu} \right)^2 = \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f) x^3}{\mu^2} \quad \cdots(2.12)$$

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c} \frac{x^2 u_{mf}^2 \rho_f^2}{\mu^2} = \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f) x^3}{\mu^2} \quad \cdots(2.13)$$

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c} u_{mf}^2 \rho_f = g (\rho_p - \rho_f) x \quad \cdots(2.14)$$

$$u_{mf} = \sqrt{\frac{g (\rho_p - \rho_f) x \varepsilon_{mf}^3 \phi_c}{1.75 \rho_f}} \quad (Re_{mf} > 1000) \quad \cdots(2.15)$$

流動化開始時の空隙率  $\varepsilon_{mf}$  と形状係数  $\phi_c$  の両方、またはいずれか一方が未知の場合は、次のようにする。



$$K_1 Re_{mf}^2 + K_2 Re_{mf} = Ar \quad (\text{Ergun の式}) \quad \cdots(2.16)$$

$$K_1 = \frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c} \quad \cdots(2.17)$$

$$K_2 = \frac{150(1-\varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_c^2} \quad \cdots(2.18)$$

$K_1$  と  $K_2$  は定数[-]。

上の二次方程式を粒子レイノルズ数  $Re_{mf}$  について解くと、流動化開始速度  $u_{mf}$  [m/s] の一般式を得る。

$$Re_{mf} = \sqrt{\left(\frac{K_2}{2K_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{K_1}\right)Ar} - \left(\frac{K_2}{2K_1}\right) \quad \cdots(2.19)$$

$$u_{mf} = \left(\frac{\mu}{x\rho_f}\right) \left\{ \sqrt{\left(\frac{K_2}{2K_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{K_1}\right)Ar} - \left(\frac{K_2}{2K_1}\right) \right\} \quad \cdots(2.20)$$

粗粒子の場合  $K_2/2K_1 = 28.7$  および  $1/K_1 = 0.0494$  [文献 11]

微粒子の場合  $K_2/2K_1 = 33.7$  および  $1/K_1 = 0.0408$  [文献 12]

### 3. 終末速度

ガス流速が流動層内を沈降する粒子の終末速度を超過すると、粒子は塔頂からすべて飛び出してしまう。このように、流動媒体粒子の終末速度は、ガス流速の上限の目安となる。設計を行う際、ガス流速が終末速度以下となることを確認する必要がある。

#### 3. 1 自由沈降

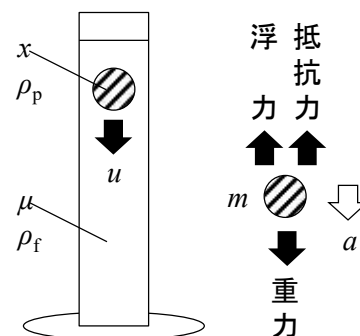
粒子径  $x$  [m]、密度  $\rho_p$  [kg/m<sup>3</sup>] の球形単一粒子が粘度  $\mu$  [Pa·s]、密度  $\rho_f$  [kg/m<sup>3</sup>] の静止している液体中を沈降速度  $u$  [m/s] で自由沈降(free settling)するとき、沈降粒子の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{\pi}{6} x^3 \rho_p \frac{du}{dt} = \frac{\pi}{6} x^3 \rho_p g - \frac{\pi}{6} x^3 \rho_f g - C_D \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u^2}{2} \right) \quad \cdots(3.1.1)$$

ただし、 $t$  は沈降時間[s]、 $C_D$  は抵抗係数[-]、 $g$  は重力加速度[m/s<sup>2</sup>]。

上式の左辺は慣性力、右辺は左から順に重力、浮力、抵抗力である。慣性力は、粒子重量と加速度の積で表される( $F=ma$ )。浮力は、粒子が液体

の中に入ることにかさが増す分の液重量が沈降粒子に対して垂直上向きに作用する。抵抗力は、投影面積(粒子の大きさに相当)と運動エネルギー(沈降速度に相当)に比例し、沈降粒子に対して垂直上向きに作用する。抵抗力がこれらの物理量に比例することは、自分が沈降粒子になったとして想像してみると、理解できるであろう。なお、運動エネルギー項の速度  $u$  は相対速度であり、流体が動いている場合は、補正が必要となる。比例定数である抵抗係数(drag coefficient) $C_D$  [-]を用いることで、比例式を等式で表すことができる。抵抗係数は、粒子レイノルズ数  $Re_p$  [-] の関数であり、次式のように場合分けされる。



$$(a)\text{Stokes 域}(Re_p < 2)\text{のとき} \quad C_D = \frac{24}{Re_p} \quad \cdots(3.1.2)$$

$$(b)\text{Allen 域}(2 < Re_p < 500)\text{のとき} \quad C_D = \frac{10}{\sqrt{Re_p}} \quad \cdots(3.1.3)$$

$$(c)\text{Newton 域}(500 < Re_p)\text{のとき} \quad C_D = 0.44 \quad \cdots(3.1.4)$$

ここで、粒子レイノルズ数  $Re_p[-]$  は、次式で定義される。

$$Re_p = \frac{xu\rho_f}{\mu} \quad \cdots(3.1.5)$$

沈降粒子が等速度運動する場合の終末速度(**terminal velocity**)について、運動方程式の加速度を 0 とおき、沈降速度  $u$  を終末速度  $u_t$  に置き換える。さらに、抵抗係数  $C_D$  の式を運動方程式に代入して式中の  $u_t$  について整理すると、それぞれの沈降領域における終末速度が導かれる。

沈降領域が Stokes 域の場合は、次式のように導かれる。

$$0 = \frac{\pi}{6}x^3\rho_p g - \frac{\pi}{6}x^3\rho_f g - \frac{24}{Re_p} \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \quad \cdots(3.1.6)$$

$$0 = \frac{\pi g(\rho_p - \rho_f)x^3}{6} - \frac{24}{\left( \frac{xu_t\rho_f}{\mu} \right)} \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \quad \cdots(3.1.7)$$

$$0 = \frac{\pi g(\rho_p - \rho_f)x^3}{6} - 3\pi\mu x u_t \quad \cdots(3.1.8)$$

$$\boxed{u_t = \frac{g(\rho_p - \rho_f)x^2}{18\mu}} \quad (\text{Stokes}) \quad \cdots(3.1.9)$$

沈降領域が Allen 域の場合は、次式のように導かれる。

$$0 = \frac{\pi}{6}x^3\rho_p g - \frac{\pi}{6}x^3\rho_f g - \frac{10}{\sqrt{Re_p}} \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \quad \cdots(3.1.10)$$

$$\frac{\pi g(\rho_p - \rho_f)x^3}{6} \sqrt{Re_p} = 10 \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \quad \cdots(3.1.11)$$

$$\left\{ \frac{\pi g(\rho_p - \rho_f)x^3}{6} \sqrt{Re_p} \right\}^2 = \left\{ 10 \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \right\}^2 \quad \cdots(3.1.12)$$

$$\frac{\pi^2 g^2 (\rho_p - \rho_f)^2 x^6}{36} \left( \frac{xu_t\rho_f}{\mu} \right) = 100 \left( \frac{\pi^2 x^4}{16} \right) \left( \frac{\rho_f^2 u_t^4}{4} \right) \quad \cdots(3.1.13)$$

$$\frac{g^2 (\rho_p - \rho_f)^2 x^3}{36\mu} = 100 \left( \frac{1}{16} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^3}{4} \right) \quad \cdots(3.1.14)$$

$$\frac{16 \times 4}{36 \times 100} \frac{g^2 (\rho_p - \rho_f)^2 x^3}{\rho_f \mu} = u_t^3 \quad \dots(3.1.15)$$

$$u_t^3 = \frac{4}{225} \frac{g^2 (\rho_p - \rho_f)^2 x^3}{\rho_f \mu} \quad \dots(3.1.16)$$

$$u_t = \left[ \frac{4}{225} \frac{g^2 (\rho_p - \rho_f)^2}{\rho_f \mu} \right]^{1/3} x \quad (\text{Allen}) \quad \dots(3.1.17)$$

沈降領域が Newton 域の場合は、次式のように導かれる。

$$0 = \frac{\pi}{6} x^3 \rho_p g - \frac{\pi}{6} x^3 \rho_f g - 0.44 \left( \frac{\pi x^2}{4} \right) \left( \frac{\rho_f u_t^2}{2} \right) \quad \dots(3.1.18)$$

$$\frac{\pi g (\rho_p - \rho_f) x^3}{6} = \frac{0.44}{8} (\pi x^2) (\rho_f u_t^2) \quad \dots(3.1.19)$$

$$\frac{g (\rho_p - \rho_f) x}{6 \times 0.055} = \rho_f u_t^2 \quad \dots(3.1.20)$$

$$u_t^2 = \frac{g (\rho_p - \rho_f) x}{0.33 \rho_f} \quad \dots(3.1.21)$$

$$u_t^2 = \frac{g (\rho_p - \rho_f) x}{(1/3) \rho_f} \quad \dots(3.1.22)$$

$$u_t = \sqrt{\frac{3g (\rho_p - \rho_f) x}{\rho_f}} \quad (\text{Newton}) \quad \dots(3.1.23)$$

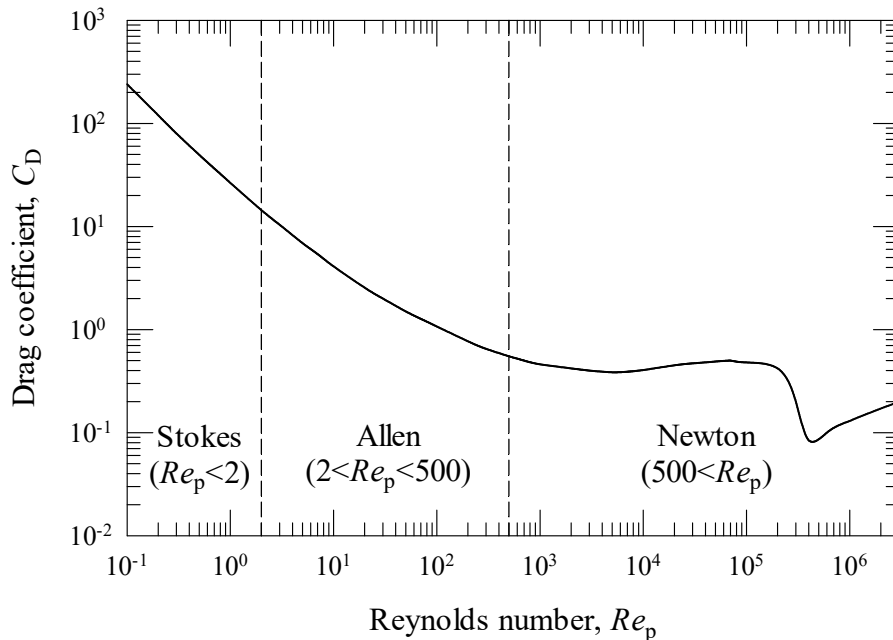


図 3.1.1 抵抗係数と粒子レイノルズ数の関係 (球粒子) [文献 13]

① 適当な沈降領域を仮定して終末速度を求める。(沈降粒子がナノ～マイクロン寸法であれば Stokes 域、ミ

リ寸法であれば Newton 域、それらの中間であれば Allen 域を仮定してみよ。)

②①の結果をもとに粒子レイノルズ数を計算する。

③②の結果が適切な範囲に入っていれば計算終了、そうでなければ別の沈降領域を仮定して再計算する。

### 3. 2 干渉沈降

濃厚粒子群の沈降挙動は、他の粒子の影響を受ける。これを**干渉沈降(hindered settling)**という。自由沈降時の終末速度式を補正することで、干渉沈降時の終末速度式を導くことができる。ここでは、Stokes 域を仮定する。

①**沈降速度の補正** 大量の粉体粒子が沈降することで液相中に大量の空隙が生じる為、空隙を埋める置換流の影響が無視できなくなる。このとき、観測される沈降速度は、相対的なものとなる。上昇置換流速の大きさを  $u$  [m/s] とするとき、粒子の相対沈降速度  $u_t'$  [m/s] は、干渉沈降時の終末速度  $u_{ct}$  [m/s] と上昇置換流速  $u$  を用いて次式で表される。

$$u_t' = u_{ct} - (-u) = u_{ct} + u \quad \cdots(3.2.1)$$

②**流体粘度の補正** 懸濁液の粘度  $\mu_{sl}$  [Pa·s] は、懸濁粒子濃度に依存する。粒子濃度の代わりに空隙率  $\varepsilon$  [-] の関数  $f(\varepsilon)$  を用いて、次式で表される。

$$\mu_{sl} = \mu f(\varepsilon) \quad \cdots(3.2.2)$$

空隙率  $\varepsilon$  は、懸濁液体積  $V_{sl}$  [m<sup>3</sup>] に対する空隙体積の比  $(V_{sl} - V_p)$  [m<sup>3</sup>] で定義される。

$$\varepsilon \equiv \frac{V_{sl} - V_p}{V_{sl}} \quad \cdots(3.2.3)$$

$$\varepsilon = \frac{A_{sl}L - (W_p / \rho_p)}{A_{sl}L} \quad \cdots(3.2.4)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{W_p}{\rho_p A_{sl}L} \quad \cdots(3.2.5)$$

ただし、 $A_{sl}$  は懸濁層の断面積[m<sup>2</sup>]、 $L$  は懸濁層高[m]、 $V_p$  は粒子体積[m<sup>3</sup>]、 $W_p$  は粒子重量[kg]。

ここで、断面積  $A_{sl}$  [m<sup>2</sup>] の円筒容器内を沈降する粒子群の全体積と、それによって置換される流体の体積は等しいことから、次式が成り立つ。

$$A_{sl}(1 - \varepsilon)u_{ct} = A_{sl}\varepsilon u \quad \cdots(3.2.6)$$

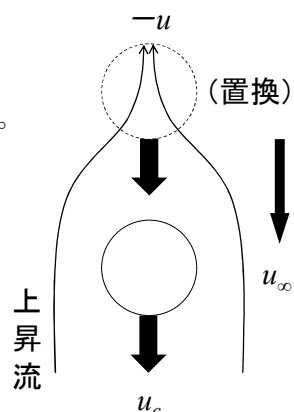
$$u = \left( \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) u_{ct} \quad \cdots(3.2.7)$$

③**流体密度の補正** 懸濁液の密度  $\rho_{sl}$  [kg/m<sup>3</sup>] は、純粋な液体の密度  $\rho_f$  よりも粒子群の重量分だけ大きくなることを考慮して、粒子群と置換流体の密度の和で表す。

$$\rho_{sl} = \rho_p(1 - \varepsilon) + \rho_f \varepsilon \quad \cdots(3.2.8)$$

④**自由沈降速度式の補正** Stokes の終末沈降速度式に  $u_t'$ 、 $\mu_c$ 、 $\rho_c$  の式を適用する。

$$u_t = \frac{g(\rho_p - \rho_f)x^2}{18\mu} \quad (\text{Stokes}) \quad \cdots(3.2.9)$$



$$u'_t = \frac{g(\rho_p - \rho_{sl})x^2}{18\mu_{sl}} \quad \dots(3.2.10)$$

$$u_{ct} + u = \frac{g[\rho_p - \{\rho_p(1-\varepsilon) + \rho_f\varepsilon\}]x^2}{18\mu f(\varepsilon)} \quad \dots(3.2.11)$$

上式に式(3.2.7)を代入すると、次式のようになる。

$$u_{ct} + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)u_{ct} = \frac{(\rho_p - \rho_f)gx^2}{18\mu} \left[\frac{\varepsilon}{f(\varepsilon)}\right] \quad \dots(3.2.12)$$

$$u_{ct} = \frac{g(\rho_p - \rho_f)x^2}{18\mu} \left[\frac{\varepsilon^2}{f(\varepsilon)}\right] \quad \dots(3.2.13)$$

$$\boxed{u_{ct} = \frac{u_t}{F(\varepsilon)}} \quad \left[ F(\varepsilon) \equiv \frac{f(\varepsilon)}{\varepsilon^2} \right] \quad \dots(3.2.14)$$

ただし、 $F(\varepsilon)$ は空間率関数(voidage function)であり、次式が報告されている。[文献 14]

(a)  $0.3 \leq \varepsilon \leq 0.7$  のとき  $F(\varepsilon) = 0.75 \times 10^{1.82(1-\varepsilon)} / \varepsilon^2 \quad \dots(3.2.15)$

(b)  $0.3 \leq \varepsilon \leq 0.75$  のとき  $F(\varepsilon) = 6(1-\varepsilon) / \varepsilon^3 \quad \dots(3.2.16)$

(c)  $0.55 \leq \varepsilon \leq 1$  のとき  $F(\varepsilon) = \varepsilon^{-4.65} \quad \dots(3.2.17)$

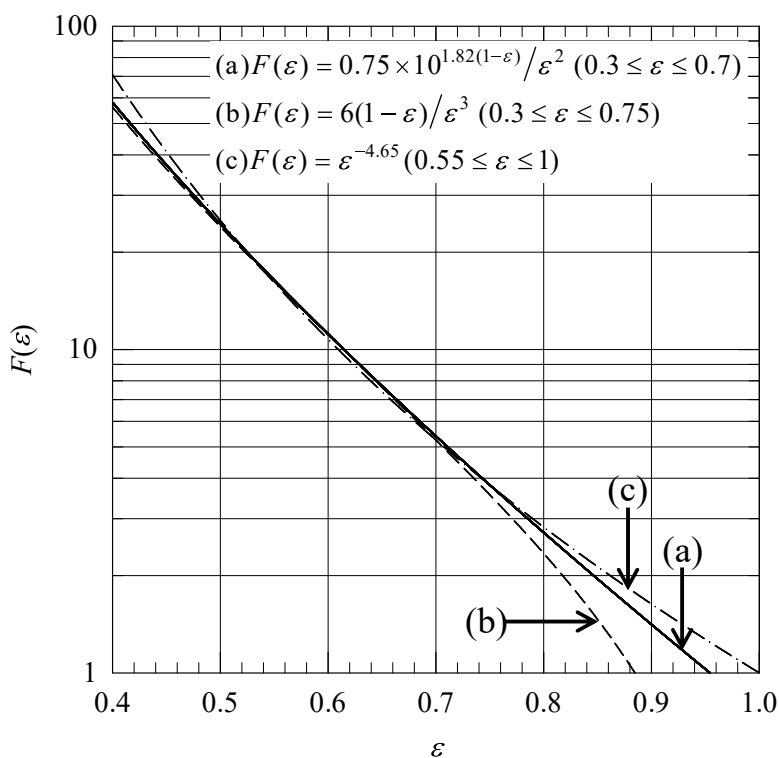


図 3. 2. 1 空間率関数と空隙率の関係[文献 14]

#### 4. ガス分散器

ガス分散器には、多孔板型、スパージャー型、バブルキャップ型などがある。ここでは多孔板をガス分散器、すなわち分散板に用いるものとする。

①分散板通過時ガス流速 分散板に開けられた小孔1個を通過する際のガス流速  $U_h$  [m/s]は、オリフィス理論に基づく。オリフィス孔の手前と直後で流体の機械的エネルギー保存則を適用する。

$$\frac{p_1}{\rho} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} \quad \cdots(4.1)$$

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2} = \frac{\bar{u}_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - \frac{p_2}{\rho} \quad [Z_1 - Z_2 \approx 0] \quad \cdots(4.2)$$

$$\bar{u}_2^2 = \bar{u}_1^2 + \frac{2\Delta p}{\rho} \quad [\Delta p \equiv p_1 - p_2 > 0] \quad \cdots(4.3)$$

ただし、 $\Delta p$  は圧力降下[Pa]、 $u$  は流体の平均流速[m/s]、 $Z$  は基準面からの高さ[m]、 $\rho$  は流体密度[kg/m<sup>3</sup>]。オリフィス孔の手前と直後で連続の式を適用する。

$$A_1 \bar{u}_1 = A_2 \bar{u}_2 \quad \cdots(4.4)$$

ただし、 $A$  は流路断面積[m<sup>2</sup>]。

$$\bar{u}_2^2 = (A_2/A_1)^2 \bar{u}_1^2 + \frac{2\Delta p}{\rho} \quad \cdots(4.5)$$

$$[1 - (A_2/A_1)^2] \bar{u}_2^2 = \frac{2\Delta p}{\rho} \quad \cdots(4.6)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \cdots(4.7)$$

縮流部断面積  $A_2$  を求めることは困難であることから、 $A_2$  をオリフィス孔の断面積  $A_h$  の定数倍に、平均流速  $u_2$  をオリフィス孔通過時の流速  $U_h$  に置き換える。

$$U_h = \frac{1}{\sqrt{1 - (CA_h/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \cdots(4.8)$$

$$U_h = \frac{1}{\sqrt{1 - C^2 m^2}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \left[ m \equiv \frac{A_h}{A_1} \right] \quad \cdots(4.9)$$

$$\boxed{U_h = C_d \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}} \quad \left[ C_d \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - C^2 m^2}} \right] \quad \cdots(4.10)$$

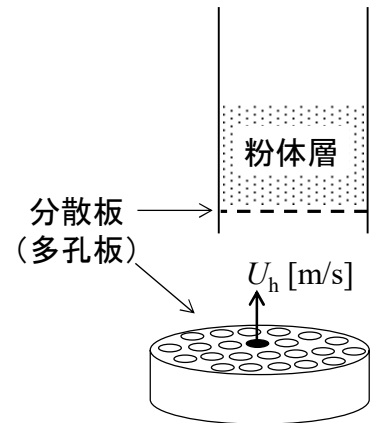
ただし、 $C$  は定数[-]、 $C_d$  は流出係数[-]、 $m$  は開口比[-]。

圧力降下  $\Delta p$  が分散板圧力損失  $\Delta p_d$  に相当する。流出係数  $C_d$  は、開口比  $m$  とレイノルズ数の関数である。レイノルズ数が十分に大きい領域(Kunii and Levenspiel の著書では、 $Re > 3000$  [文献 16])において、 $C_d$  は  $m$  に関わらず約 0.6 に漸近する [文献 15-17]。なお、ここでのレイノルズ数は、次式で定義される。

$$Re = \frac{D_T u_0 \rho}{\mu} \quad \cdots(4.11)$$

ただし、 $D_T$  は塔径[m]、 $u_0$  は空塔速度[m/s]、 $\rho$  はガス密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $\mu$  はガス粘度[Pa·s]。空塔速度  $u_0$  と孔通過時ガス流速  $U_h$  の比は、10%以下を満たすようにとる。 [文献 16]

$$\frac{u_0}{U_h} \leq 0.1 \quad \cdots(4.12)$$



②分散板孔数 分散板の全孔数  $N_h$  [-]は、次式のように導かれる。

$$N_h U_h = \frac{Q}{(\pi d_h^2 / 4)} \quad \cdots(4.13)$$

$$N_h = \frac{4Q}{\pi d_h^2 U_h} \quad \cdots(4.14)$$

ただし、 $d_h$ は孔径[m]、 $Q$ は空塔時のガス流量[m<sup>3</sup>/s]、 $U_h$ は小孔1個を通過する際のガス流速[m/s]。

③孔間距離 分散板上の隣接する孔の間隔(ピッチ) $p_h$  [m]は、塔断面積あたりの孔数  $N_{hd}$  [# / m<sup>2</sup>]を用いて次式で与えられる。[文献 19]

$$\text{(正三角形配列)} \quad p_h = \frac{1}{\sqrt{N_{hd} \sin 60^\circ}} \quad \cdots(4.15)$$

$$\text{(正方形配列)} \quad p_h = \frac{1}{\sqrt{N_{hd}}} \quad \cdots(4.16)$$

④分散板圧力損失(乾き圧力損失) 粒子層が存在しない条件において、ガスが分散板を通過する際の乾き圧力損失 $\Delta p_d$ は、充填層圧力損失 $\Delta p_b$ の20~40%となることが経験的に知られている[文献 18]。ここでは、算術平均 30%で定義する。[文献 19]

$$\Delta p_d = 0.3 \Delta p_b \quad \cdots(4.17)$$

充填層圧力損失 $\Delta p_b$ は、エルガン式より求める。

## 5. フリーボードの高さ

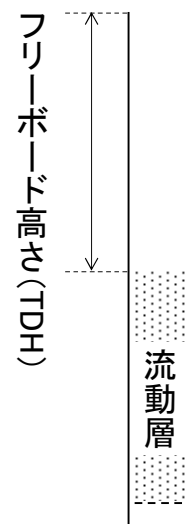
流動化が起ると、小粒径の粒子は塔頂から飛び出して排出されやすい状態になるため、高さ方向に余裕を持たせた設計にする必要がある。流動層表面から塔頂までの区間をフリーボードという。フリーボードの高さは、高さ方向の粒子濃度あるいは粒子滞留量(ホールドアップ)が一定となる輸送出口高さ TDH(Transport Discharging Height)に設定する。

TDH の推算式については諸家の報告例があるが、ガス流速  $u_0$  と塔径  $D_T$  で整理した Zenz-Weil の線図からの近似式が有名である。

$$TDH/D_T = (2.7D_T^{-0.36} - 0.7) \exp(0.75u_0 D_T^{-0.23}) \quad \cdots(5.1) \quad \text{[文献 20]}$$

塔径  $D_T$  が与えられていない場合は、たとえば Chan and Knowlton の式から TDH を消去して  $D_T$  を求めることもできる。

$$TDH = 0.85u_0^{1.2} (7.33 - 1.2 \log_{10} u_0) \quad \cdots(5.2) \quad \text{[文献 21]}$$



## 6. 気泡挙動

2相モデルによれば、空塔速度  $u_0$  [m/s]で供給された原料ガスは、流動化開始速度  $u_{mf}$  [m/s]に相当する濃厚相(エマルション相)と、気泡の上昇速度  $u_b$  [m/s]( $=u_0 - u_{mf}$ )に相当する気泡相(希薄相)に分かれて流動層内を上昇する。気泡相が占める粉体層体積あたりの体積分率を  $\delta$  [-]とすると、ガス空塔速度  $u_0$  [m/s]は次式で表される。

$$u_0 = (1 - \delta)u_{mf} + \delta u_b \quad \cdots(6.1)$$

体積分率  $\delta$  について整理する。

$$\delta = \frac{u_0 - u_{mf}}{u_b - u_{mf}} \approx \frac{u_0 - u_{mf}}{u_b} \quad (u_b \gg u_{mf}) \quad \cdots(6.2)$$

気泡の上昇速度  $u_b$  [m/s]は、静止気体中における気泡の上昇速度  $u_{br}$  [m/s]を用いて次式で与えられる。

$$u_b = u_0 - u_{mf} + u_{br} \quad \cdots(6.3)$$

$$u_{br} = 0.711\sqrt{gd_b} \quad \cdots(6.4) \quad [\text{文献 22}]$$

$d_b$  は気泡径(体積球相当径)[m]。

流動層内における気泡径  $d_b$  [m]については、たとえば Mori and Wen の式がある。[文献 23]

$$d_b = d_{bm} - (d_{bm} - d_{b0})\exp(-0.3z/D_T) \quad \cdots(6.5)$$

$$d_{bm} = 1.64[S(u_0 - u_{mf})/N_h]^{0.4} \quad \cdots(6.6)$$

ただし、 $d_{b0}$  は分散板から発生する気泡径[m]、 $d_{bm}$  は最大合一気泡径[m]、 $D_T$  は塔径[m]、 $N_h$  は多孔板の孔数[-]、 $S$  は塔断面積[m<sup>2</sup>]、 $z$  は分散板からの高さ[m]。

分散板から発生する気泡径  $d_{b0}$  [m]は、次式で求めることができる。

$$(\text{多孔板}) \quad d_{b0} = 0.872[S(u_0 - u_{mf})/N_h]^{0.4} \quad \cdots(6.7) \quad [\text{文献 24}]$$

$$(\text{多孔質板}) \quad d_{b0} = 0.376(u_0 - u_{mf})^2 \quad \cdots(6.8) \quad [\text{文献 25}]$$

## 7. 層膨張

固定層状態時、流動化開始時、流動化状態時における層内粒子量の物質収支は、次式で表される。

$$SL_m(1 - \varepsilon_m) = SL_{mf}(1 - \varepsilon_{mf}) = SL_f(1 - \delta)(1 - \varepsilon_e) \quad \cdots(7.1)$$

$L_f$  は流動化状態時の粉体層高[m]、 $L_m$  は固定層状態時の粉体層高[m]、 $L_{mf}$  は流動化開始時の粉体層高[m]、 $\varepsilon_e$  は流動化状態時の濃厚相の空隙率[-]、 $\varepsilon_m$  は固定層状態時の空隙率[-]、 $\varepsilon_{mf}$  は流動化開始時の空隙率[-]、 $(1 - \delta)$  は粉体層体積あたり濃厚相が占める体積分率[-]。

流動化状態時の粉体層高  $L_f$  [m]は、上の物質収支式より次式のようにして導かれる。

$$\frac{SL_f(1 - \delta)(1 - \varepsilon_e)}{SL_{mf}(1 - \varepsilon_{mf})} = 1 \quad \cdots(7.1)$$

$$\frac{L_f}{L_{mf}} = \frac{1}{1 - \delta} \quad [\varepsilon_e \doteq \varepsilon_{mf}] \quad \cdots(7.2)$$

$$L_f = \frac{L_{mf}}{1 - [(u_0 - u_{mf})/u_b]} \left[ \delta = \frac{u_0 - u_{mf}}{u_b} \right] \quad \cdots(7.3)$$

$$\boxed{L_f = \frac{L_{mf}}{1 - (u_0/u_b)}} \quad [u_0 \gg u_{mf}] \quad \cdots(7.4)$$

あるいは、次式のようにして導くこともできる。

$$\frac{SL_f(1 - \delta)(1 - \varepsilon_e)}{SL_m(1 - \varepsilon_m)} = 1 \quad \cdots(7.5)$$

$$\frac{L_f}{L_m} = \frac{1 - \varepsilon_m}{(1 - \delta)(1 - \varepsilon_e)} \quad \cdots(7.6)$$



$$\frac{L_f}{L_m} = \frac{1}{1-\delta} \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \quad [\varepsilon_e \doteq \varepsilon_{mf}] \quad \cdots(7.7)$$

$$L_f = \frac{L_m}{1-[(u_0-u_{mf})/u_b]} \left( \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \right) \quad \left[ \delta = \frac{u_0-u_{mf}}{u_b} \right] \quad \cdots(7.8)$$

$$\boxed{L_f = \frac{L_m}{1-(u_0/u_b)} \left( \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \right)} \quad [u_0 \gg u_{mf}] \quad \cdots(7.9)$$

$L_f$ 式どうしの比を取ると、流動化開始時の粉体層高  $L_{mf}$  [m]が導かれる。

$$\frac{L_f}{L_f} = \left[ \frac{L_{mf}}{1-(u_0/u_b)} \right] / \left[ \frac{L_m}{1-(u_0/u_b)} \left( \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \right) \right] \quad \cdots(7.10)$$

$$1 = L_{mf} / \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \right) L_m \right] \quad \cdots(7.11)$$

$$\boxed{L_{mf} = \left( \frac{1-\varepsilon_m}{1-\varepsilon_{mf}} \right) L_m} \quad \cdots(7.12)$$

## 8. 反応と物質移動

流動層内の物質移動モデルについては諸家の報告例がある[文献 26]。ここでは、国井-Levenspiel (レーベンシピール) モデル[文献 27, 28]について述べる。流動層を気泡相(B相)、クラウド・ウエーク相(C相)、エマルション相(E相)の3相に分ける。気泡相内の反応成分 A は、気泡相からクラウド・ウエーク相、クラウド・ウエーク相からエマルション相へと物質移動する。いま、気泡相の反応成分 A に対して 1 次反応を仮定する場合、各相における反応成分 A の物質収支は、それぞれ次のように表される。

$$\boxed{\text{気泡相}} \quad \left( -r_A = -\frac{dC_b}{dt} \right) - u_b \frac{dC_b}{dz} = \gamma_b k_V C_b + K_{bc}(C_b - C_c) \quad [u_b \equiv dz/dt] \quad \cdots(8.1)$$

$C_b$  と  $C_c$  は気泡相とクラウド・ウエーク相におけるガス濃度[mol/m<sup>3</sup>]、 $K_{bc}$  は気泡相-クラウド・ウエーク相間におけるガス交換定数[1/s]、 $t$  は時間[s]、 $k_V$  は反応速度定数[1/s]、 $r_A$  は反応速度[mol/(m<sup>3</sup>·s)]、 $\gamma_b$  は気泡相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積)[-]。

上式の左辺は反応成分 A の消費速度(反応速度)、右辺第 1 項は気泡相での反応速度、第 2 項はクラウド・ウエーク相への拡散速度を表す。

$$\boxed{\text{クラウド・ウエーク相}} \quad K_{bc}(C_b - C_c) = \gamma_c k_V C_c + K_{cc}(C_c - C_e) \quad \cdots(8.2)$$

$C_e$  はエマルション相におけるガス濃度[mol/m<sup>3</sup>]、 $K_{cc}$  はクラウド・ウエーク相-エマルション相間におけるガス交換定数[1/s]、 $\gamma_c$  はクラウド・ウエーク相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積)[-]。

上式の右辺第 1 項はクラウド・ウエーク相での反応速度、第 2 項はエマルション相への拡散速度を表す。

$$\boxed{\text{エマルション相}} \quad K_{cc}(C_c - C_e) = \gamma_e k_V C_e \quad \cdots(8.3)$$

$\gamma_e$  はエマルション相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積)[-]。

右辺は、エマルション相での反応速度を表す。

上の各相に関する 3 式より反応成分 A に対する総括反応速度式を得る。

$$-u_b \frac{dC_b}{dz} = \kappa_f C_b \quad \cdots(8.4)$$

$$\kappa_f = k_V \left[ \gamma_b + \frac{1}{\frac{k_V}{K_{bc}} + \frac{1}{\gamma_c + \frac{1}{(k_V/K_{ce}) + 1/\gamma_e}}} \right] \quad \cdots(8.5)$$

$\kappa_f$ は総括速度定数[1/s]。

$\kappa_f$ の式の導出について、各相における速度定数の逆数を電気回路の抵抗  $R_1 \sim R_{all}$  に置き換える。

$$\frac{1}{\gamma_b k_V} = R_1 \quad \cdots(8.6)$$

$$\frac{1}{K_{bc}} = R_2 \quad \cdots(8.7)$$

$$\frac{1}{\gamma_c k_V} = R_3 \quad \cdots(8.8)$$

$$\frac{1}{K_{ce}} = R_4 \quad \cdots(8.9)$$

$$\frac{1}{\gamma_e k_V} = R_5 \quad \cdots(8.10)$$

$$\frac{1}{\kappa_f} = R_{all} \quad \cdots(8.11)$$

合成抵抗  $R_{all}$  は、次式のように導かれる。

$$\frac{1}{R_{all}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2-5}} \quad \cdots(8.12)$$

$$R_{2-5} = R_2 + R_{3-5} \quad \cdots(8.13)$$

$$\frac{1}{R_{3-5}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} \quad \cdots(8.14)$$

$$\frac{1}{R_{all}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}} \quad \cdots(8.15)$$

$R_1 \sim R_{all}$  の式を上式に代入すると、 $\kappa_f$ の式を得る。

総括反応速度式の  $C_b$  を反応成分 A の反応率  $x_A$  [-] に置換する。反応率  $x_A$  は、次式で定義される。

$$x_A = \frac{C_{b0} - C_b}{C_{b0}} \quad \cdots(8.16)$$

上式より微小濃度  $dC_b$  は次式で表される。

$$dC_b = -C_{b0} dx_A \quad \cdots(8.17)$$

$$dC_b = - \left( \frac{C_b}{1 - x_A} \right) dx_A \quad \cdots(8.18)$$

総括反応速度式に代入して積分する。

$$\int_0^{x_A} \frac{dx_A}{1-x_A} = \frac{\kappa_f}{u_b} \int_0^{L_f} dz \quad \cdots(8.19)$$

$$1-x_A = \exp\left[-\frac{L_f k_V}{u_b} f(\gamma, K)\right] \quad [\kappa_f \equiv k_V f(\gamma, K)] \quad \cdots(8.20)$$

$(L_f k_V/u_b)$ 項を変形する。固定層状態時における無次元速度定数  $\kappa_m[-]$ を次式のように導入する。

$$\kappa_m = (1-\varepsilon_m)k_V(L_m/u_0) \quad \cdots(8.21)$$

$\delta$ の式と  $u_b$ の式より  $(u_0-u_{mf})$ 項を消去して  $u_b$ について整理する。

$$\delta = \frac{u_b - u_{br}}{u_b} \quad \cdots(8.22)$$

$$u_b \delta = u_b - u_{br} \quad \cdots(8.23)$$

$$u_b = \frac{u_{br}}{1-\delta} \quad \cdots(8.24)$$

$L_f/L_m$ の式を用いて  $(1-\delta)$ 項を消去する。

$$u_b = \frac{u_{br} L_f}{L_m} \quad (\varepsilon_m \doteq \varepsilon_{mf}) \quad \cdots(8.25)$$

$(1-x_A)$ の式に  $\kappa_m$ の式と  $u_b$ の式を代入して  $k_V$ と  $u_b$ を消去する。

$$1-x_A = \exp\left[-\frac{L_f}{u_{br} L_f/L_m} \frac{\kappa_m}{(1-\varepsilon_m)(L_m/u_0)} f(\gamma, K)\right] \quad \cdots(8.26)$$

$$1-x_A = \exp\left[-\frac{(u_0/u_{br})\kappa_m}{1-\varepsilon_{mf}} f(\gamma, K)\right] \quad \cdots(8.27)$$

$f(\gamma, K)$ に  $\kappa_f$ の式を代入すると、反応成分 A の反応率  $x_A$ を得る。

$$1-x_A = \exp\left[-\frac{(u_0/u_{br})\kappa_m}{1-\varepsilon_{mf}} \left\{ \gamma_b + \frac{1}{\frac{k_V}{K_{bc}} + \frac{1}{\gamma_c + \frac{1}{(k_V/K_{ce}) + 1/\gamma_e}}} \right\}\right] \quad \cdots(8.28)$$

気泡相-クラウド・ウェーク相間のガス交換定数  $K_{bc}[1/s]$ は、ガス循環項と気泡表面からの分子拡散項の和で求める。

$$K_{bc} = 4.5 \left(\frac{u_{mf}}{d_b}\right) + 5.85 \left(\frac{\mathcal{D}^{1/2} g^{1/4}}{d_b^{5/4}}\right) \quad \cdots(8.29)$$

$\mathcal{D}$ は拡散係数[m<sup>2</sup>/s]。

クラウド・ウェーク相-エマルション相間のガス交換定数  $K_{ce}[1/s]$ は、Higbie の浸透説に基づき次式で求める。

$$K_{ce} = 6.77 \sqrt{\frac{\mathcal{D} \varepsilon_{mf} u_{br}}{d_b^3}} \quad \cdots(8.30)$$

$(1-x_A)$ の式の各相における粒子の存在割合を求める。粒子の物質収支式は、次式で表される。

$$V\delta(\gamma_b + \gamma_c + \gamma_e) = V(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf}) \quad \cdots(8.31)$$

$V$ は粉体層の体積[m<sup>3</sup>]

上式よりエマルジョン相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積) $\gamma_e$ [-]を得る。

$$\gamma_e = \frac{(1 - \varepsilon_{mf})(1 - \delta)}{\delta} - \gamma_b - \gamma_c \quad \dots(8.32)$$

クラウド・ウェーク相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積) $\gamma_c$ [-]は、気泡相体積あたりのクラウド相体積 $f_c$ [-]、およびウェーク相体積 $f_w$ [-]を用いて次式で表される。

$$\gamma_c = (1 - \varepsilon_{mf})(f_c + f_w) = (1 - \varepsilon_{mf}) \left[ \frac{3}{(u_{br}\varepsilon_{mf}/u_{mf}) - 1} + f_w \right] \quad \dots(8.33)$$

気泡相における粒子の存在割合(気泡体積あたりの粒子体積) $\gamma_b$ [-]は、実験的に 0.001 から 0.01 の範囲の値をとることが知られている。代表値として、中間値( $\gamma_b=0.005$ )を用いる。

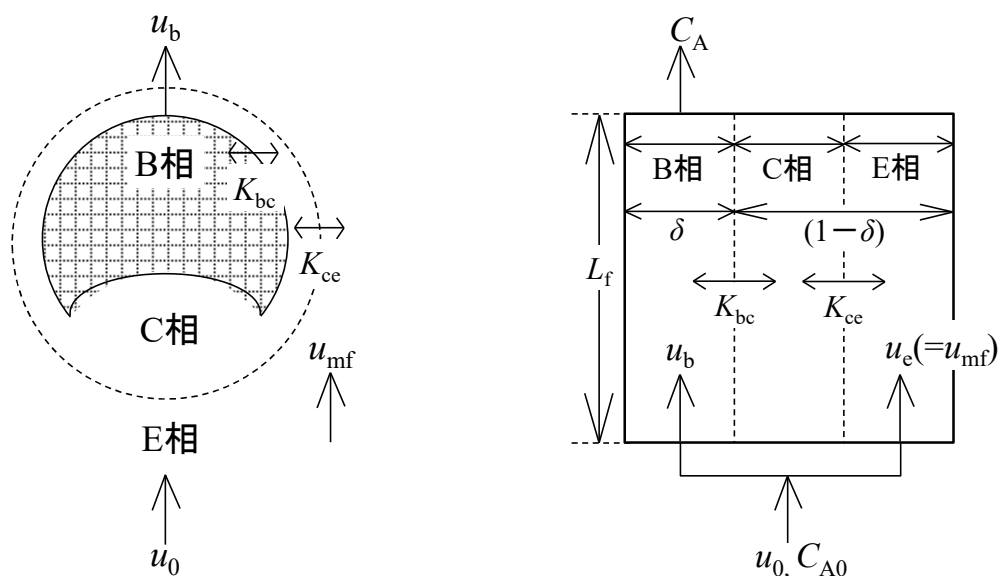


図 8.1 流動層内の物質移動モデル(国井-Levenspiel) [文献 27, 28]

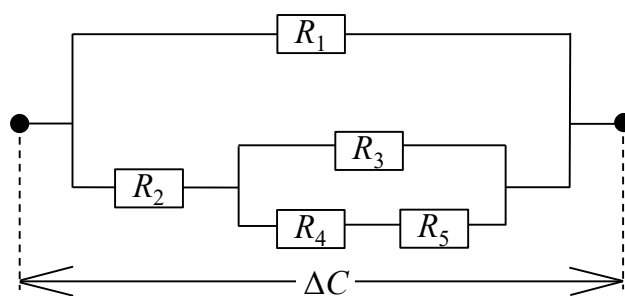


図 8.2 流動層内の移動抵抗モデル(筆者考案)

### 参考文献

- [1] H. Darcy; *Les Fontains Publiques de la Ville de Dijon* (1856)
- [2] G. Hagen; *Pogg. Ann.*, **46**, 423-442 (1839)
- [3] J. Poiseuille; *Inst. De France Acad. Des Sci.*, **9** (1846) 433-544
- [4] J. Kozeny; *Sitzb. Akad. Wiss., Wien, Math.-naturw. Kl.* **136** (Abt, II a), 271-306 (1927)

- [5] J. Kozeny; *Z. Pfl.-Ernahr. Dung. Boden*, **28A**, 54-56 (1933)
- [6] P.C. Carman; *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **15**, 150-166(1937)
- [7] S.P. Burke and W.B. Plummer; *Ind. Eng. Chem.*, **20**, 1196-1200 (1928)
- [8] S. Ergun; *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 89-94 (1952)
- [9] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering 2nd Ed.*, Butterworth-Heinemann(1991), p.71(Fig. 4)
- [10] 国井大藏; 流動化法, 日刊工業新聞社(1962), p.105 (3.1章, 図 3.2)
- [11] D.C. Chitester and R.M. Kornodky; *Chem. Eng. Sci.*, **39**, 253-261(1984)
- [12] C.Y. Wen and Y.H. Yu; *AIChE J.*, **12**, 610-612(1966)
- [13] T. Allen; *Particle Size Measurement 3rd Ed.*, Chapman and Hall (1981)
- [14] 白井 隆; 流動層(化学工学シリーズ 4), 科学技術社(1958), p.115
- [15] J.R. Backhurst, J.H. Harker, J.F. Richardson and J.M. Coulson; *Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.1, 6th Ed.*, Butter-worth Heinemann(1999), p.251(Fig. 6.16)
- [16] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering 2nd Ed.*, Butterworth-Heinemann(1991), p.105
- [17] W.C. Yang (Ed.); *Handbook of Fluidization and Fluid-Particle Systems*, CRC Press(2003), p.159
- [18] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering 2nd Ed.*, Butterworth-Heinemann(1991), p.102
- [19] W.C. Yang (Ed.); *Handbook of Fluidization and Fluid-Particle Systems*, CRC Press(2003), p.160
- [20] P.A. Zenz and N.A. Weil; *AIChE J.*, **4**, 472-479(1958)
- [21] I.H. Chan and T.M. Knowlton; *Fluidization*(D. Kunii, T. Toei Eds.), Engineering Foundation (1984), pp.283-290
- [22] J.F. Davidson and D. Harrison; *Fluidized Particles*, Cambridge Univ. Press, New York (1963)
- [23] S. Mori and C.Y. Wen; *AIChE J.*, **21**, 109-115(1975)
- [24] 調査中
- [25] 調査中
- [26] W.C. Yang (Ed.); *Handbook of Fluidization and Fluid-Particle Systems*, CRC Press(2003), pp.287-307(Chapter 11)
- [27] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering 1st Ed.*, Jone Wiley, New York(1969)
- [28] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering 2nd Ed.*, Butterworth-Heinemann, Boston(1991), pp.237-312(Chapter 10-12)

問 題

下記条件で流動層型反応装置の設計計算を行え。

反応式	A→P(一次反応)	塔径 $D_T$	1000 mm
反応ガスの密度 $\rho$	1.2 kg/m <sup>3</sup>	分散板の種類	多孔板
反応ガスの粘度 $\mu$	1.82×10 <sup>-5</sup> Pa·s	分散板孔径 $d_h$	1 mm
流動媒体粒子の密度 $\rho_p$	2600 kg/m <sup>3</sup>	分散孔の配列方式	正三角形配列
流動媒体粒子の形状係数 $\phi_c$	0.67	固定層状態時の反応速度定数 $(1-\varepsilon_m)k_V$	1.0 s <sup>-1</sup>
流動媒体粒子の粒子径 $x$ または $d_p$	160 μm	固定層状態時の粉体層高 $L_m$	2000 mm
流動化開始時の空隙率 $\varepsilon_{mf}$	0.50	気泡相の粒子割合 $\gamma_b$	0.001
固定層状態時の空隙率 $\varepsilon_m$	0.45	クラウド・ウエーク相の粒子割合 $\gamma_c$	0.25
拡散係数 $\mathcal{D}$	0.91×10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s	重力加速度 $g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
空塔速度 $u_0$	0.20 m/s		

- (1)流動化開始速度  $u_{mf}$  [m/s]を求めよ。
- (2)流動媒体粒子の終末速度  $u_t$  [m/s]を求めよ。自由沈降を仮定する。
- (3)流動化開始時の層高  $L_{mf}$  [mm]を求めよ。
- (4)充填層圧力損失  $\Delta p_b$  [kPa]をエルガン式より求めよ。流動化開始時の値を用いること。
- (5)分散板通過時ガス流速  $U_h$  [m/s]を求めよ。
- (6)分散板の孔数  $N_h$  [-]を求めよ。
- (7)分散板のピッチ  $p_h$  [mm]を求めよ。
- (8)フリーボード高さ TDH [mm]を Zenz-Weil の式より求めよ。
- (9)気泡径  $d_b$  [mm]を求めよ。分散板からの距離は、塔径と同じ値にとる。
- (10)気泡相が占める粉体層体積あたりの体積分率  $\delta$  [-]を求めよ。 $u_b \gg u_{mf}$  が成り立つものとする。
- (11)流動化状態時の層高  $L_f$  [mm]を求めよ。
- (12)気泡相－クラウド・ウエーク相間のガス交換定数  $K_{bc}$  [1/s]を求めよ。
- (13)クラウド・ウエーク相－エマルション相間のガス交換定数  $K_{ce}$  [1/s]を求めよ。
- (14)エマルション相における粒子の存在割合  $\gamma_e$  [-]を求めよ。
- (15)固定層状態時における無次元速度定数  $\kappa_m$  [-]を求めよ。
- (16)充填層体積基準の速度定数  $k_V$  [1/s]を求めよ。
- (17)反応率  $x_A$  [-]を求めよ。

答(1)0.0268 m/s,(2)1.29 m/s,(3)2200 mm,(4)28.0 kPa,(5)71.0 m/s,(6)2815 個,(7)17.9 mm,(8)2324 mm,(9)20.1 mm,(10)0.354,(11)3406 mm,(12)19.0 1/s,(13)9.00 1/s,(14)0.661,(15)10,(16)1.82 1/s,(17)1.00

解 答

(1)層流条件を仮定する。  $u_{mf}=[g(\rho_p-\rho)x^2/(150\mu)][\varepsilon_{mf}^3\phi_c^2/(1-\varepsilon_{mf})]$   
 $=[(9.81)(2600-1.2)(160\times 10^{-6})^2/\{(150)(0.0000182)\}][\{(0.50)^3(0.67)^2/(1-0.50)\}]=0.026829 \text{ m/s} \doteq \boxed{0.0268 \text{ m/s}}$

$Re_{mf}=xu_{mf}\rho/\mu=(160\times 10^{-6})(0.026829)(1.2)/(1.82\times 10^{-5})=0.28303(<20)$  仮定は正しい。

(2)Stokes 域を仮定する。  $u_t=g(\rho_p-\rho)x^2/(18\mu)$   
 $=(9.81)(2600-1.2)(160\times 10^{-6})^2/\{(18)(0.0000182)\}=1.9922 \text{ m/s}$

$Re_p=xu_t\rho/\mu=(160\times 10^{-6})(1.9922)(1.2)/(1.82\times 10^{-5})=21.0166 (>2)$  仮定は正しくない。

Allen 域を仮定する。  $u_t=[(4/225)\{g^2(\rho_p-\rho)^2/(\rho\mu)\}]^{1/3}x$   
 $=[(4/225)\{(9.81)^2(2600-1.2)^2/\{(1.2)(1.82\times 10^{-5})\}\}]^{1/3}(160\times 10^{-6})=1.2940 \text{ m/s} \doteq \boxed{1.29 \text{ m/s}}$

$Re_p=xu_t\rho/\mu=(160\times 10^{-6})(1.2940)(1.2)/(1.82\times 10^{-5})=13.650 (>2)$  仮定は正しい。

(3) $L_{mf}=L_m(1-\varepsilon_m)/(1-\varepsilon_{mf})=(2000)(1-0.45)/(1-0.50)=\boxed{2200 \text{ mm}}$

(4) $\Delta p_b/L_{mf}=(150)[(1-\varepsilon_{mf})^2/\varepsilon_{mf}^3][\mu u_{mf}/(\phi_c x)^2]+(1.75)[(1-\varepsilon_{mf})/\varepsilon_{mf}^3][\rho u_{mf}^2/(\phi_c x)]$   
 $\Delta p_b/L_{mf}=(150)[(1-0.50)^2/(0.50)^3][\{(1.82\times 10^{-5})(0.026829)/\{(0.67)(160\times 10^{-6})\}^2\}]$   
 $+ (1.75)[(1-0.50)/(0.50)^3][\{(1.2)(0.026829)^2/\{(0.67)(160\times 10^{-6})\}\}]=12746$

$\Delta p_b=(\Delta p_b/L_{mf})(L_{mf})=(12746)(2.2)=28041 \text{ Pa} \doteq \boxed{28.0 \text{ kPa}}$

(5) $\Delta p_d=0.3\Delta p_b=(0.3)(28041)=8412.3 \text{ Pa}$

$Re=D_T u_0 \rho/\mu=(1.0)(0.20)(1.2)/(1.82\times 10^{-5})=13186(>3000)$

$U_h=C_d(2\Delta p_d/\rho)^{0.5}=(0.6)[(2)(8412.3)/(1.2)]^{0.5}=71.044 \text{ m/s} \doteq \boxed{71.0 \text{ m/s}}$

(6) $Q=u_0 S=(0.20)(\pi)(D_T/2)^2=(0.20)(\pi)(1/2)^2=0.15707 \text{ m}^3/\text{s}$

$N_h=4Q/(\pi d_h^2 U_h)=(4)(0.15707)/[\pi(0.001)^2(71.044)]=2814.9 \doteq \boxed{2815}$

(7) $N_{hd}=N_h/[\pi(D_T/2)^2]=2815/[\pi(1/2)^2]=3584.1 \text{ \#/m}^2$

$p_h=1/(N_{hd}\sin 60^\circ)^{0.5}=1/[(3584.1)(\sin 60^\circ)]^{0.5}=0.017949 \text{ m} \doteq \boxed{17.9 \text{ mm}}$

(8) $TDH/D_T=(2.7D_T^{-0.36}-0.7)\exp(0.75u_0D_T^{-0.23})=[(2.7)(1.0)^{-0.36}-0.7]\exp[(0.75)(0.20)(1.0)^{-0.23}]=2.3236$   
 $TDH=(TDH/D_T)D_T=(2.3236)(1.0)=2.3236 \text{ m} \doteq \boxed{2324 \text{ mm}}$

(9) $d_{b0}=0.872[S(u_0-u_{mf})/N_h]^{0.4}=(0.872)[\pi(1.0/2)^2(0.20-0.026829)/2815]^{0.4}=0.016373 \text{ m}$

$d_{bm}=1.64[S(u_0-u_{mf})/N_h]^{0.4}=(1.64)[\pi(1.0/2)^2(0.20-0.026829)/2815]^{0.4}=0.030794 \text{ m}$

$d_b=d_{bm}-(d_{bm}-d_{b0})\exp(-0.3z/D_T)=0.030794-(0.030794-0.016373)\exp[-(0.3)(1.0)/(1.0)]=0.020110 \text{ m}$   
 $\doteq \boxed{20.1 \text{ mm}}$

(10) $u_{br}=(0.711)(gd_b)^{0.5}=(0.711)\{(9.81)(0.020110)\}^{0.5}=0.31579 \text{ m/s}$

$u_b=u_0-u_{mf}+u_{br}=0.20-0.026829+0.31579=0.48896 \text{ m/s}$

$\delta=(u_0-u_{mf})/u_b=(0.20-0.026829)/0.48896=0.35416 \doteq \boxed{0.354}$

(11) $L_t/L_m=[(1-\varepsilon_m)/(1-\varepsilon_{mf})]/(1-\delta)=[(1-0.45)/(1-0.50)]/(1-0.35416)=1.7032$

$L_t=(L_t/L_m)L_m=(1.7032)(2000)=3406.4 \text{ mm} \doteq \boxed{3406 \text{ mm}}$

(12) $K_{bc}=(4.5)(u_{mf}/d_b)+5.85(\mathcal{D}^{1/2}g^{1/4}/d_b^{5/4})$   
 $= (4.5)(0.026829/0.020110)+(5.85)[(0.91\times 10^{-4})^{1/2}(9.81)^{1/4}/(0.020110)^{5/4}]=19.045 \text{ 1/s} \doteq \boxed{19.0 \text{ 1/s}}$

(13) $K_{ce}=6.77(\mathcal{D}\varepsilon_{mf}u_{br}/d_b^3)^{0.5}=(6.77)[(0.91\times 10^{-4})(0.50)(0.31579)/(0.020110)^3]^{0.5}=8.9986 \text{ 1/s} \doteq \boxed{9.00 \text{ 1/s}}$

(14) $\gamma_e=[(1-\varepsilon_m)(1-\delta)/\delta]-\gamma_b-\gamma_c=[(1-0.50)(1-0.35416)/(0.35416)]-0.001-0.25=0.66079 \doteq \boxed{0.661}$

$$(15) \kappa_m = (1 - \varepsilon_m) k_V (L_m / u_0) = (1.0)(2.00/0.20) = \boxed{10}$$

$$(16) k_V = 1.0 / (1 - \varepsilon_m) = 1 / (1 - 0.45) = 1.8181 \text{ 1/s} \doteq \boxed{1.82 \text{ 1/s}}$$

$$(17) - (u_0 / u_{br}) \kappa_m / (1 - \varepsilon_m) = - (0.20 / 0.31579)(10) / (1 - 0.50) = -12.666$$

$$k_V / K_{bc} = 1.8181 / 19.045 = 0.095463$$

$$1 / [\gamma_c + \{1 / \{ (k_V / K_{ce}) + (1 / \gamma_e) \} \}] = 1 / [0.25 + \{1 / \{ (1.8181 / 8.9986) + (1 / 0.66079) \} \}] = 1.2005$$

$$\exp[ \{ - (u_0 / u_{br}) \kappa_m / (1 - \varepsilon_m) \} ] [\gamma_b + \{1 / \{ (k_V / K_{bc}) + 1 / \{ \gamma_c + \{1 / \{ (k_V / K_{ce}) + (1 / \gamma_e) \} \} \} \} ] ]$$

$$= \exp(-12.666) [0.001 + \{1 / (0.095463 + 1.2005)\}] = 5.6228 \times 10^{-5}$$

$$1 - x_A = 5.6228 \times 10^{-5}$$

$$x_A = 1 - 5.6228 \times 10^{-5} = 0.99994 \doteq \boxed{1.00}$$