

カルマンフィルタと多変量解析を 組み合わせた確率過程の予測法

A PROPOSAL ON STOCHASTIC PREDICTION THROUGH KALMAN FILTERING COMBINED WITH MULTIVARIATE ANALYSIS

日 野 幹 雄*

By Mikio Hino

要 旨 “静的予測法”である多変量解析と、“動的予測法”といえる現代制御理論の特徴・等質性・異質性を比較検討したのち、これらの手法の長所を生かし、互いに組合せる予測法を提案した。すなわち、因子分析による変数の次元数の縮小を行ったのち、長周期成分の予測式として回帰式を用い、これよりの残差についてはカルマン理論によりオンライン予測を行う方法である。最後に、簡単な例題により解説を行った。

1. 序 論

不規則現象あるいは不規則変動といっても、全くデータラメなものよりは統計的な規則性を有するものの方が多い。

分子・原子オーダーの不規則変動は、たとえば放射性原子の崩壊や気体分子の自由運動などのように、全くデータラメないいわゆる白色ノイズといわれる不規則変動である。これに反して、地球的スケールの現象、たとえば気象・海象・地震というような自然界の、不規則現象は一般に統計的規則性をもっている。それは、一つにはこれらの現象のエネルギー源である太陽に対し地球が自転および公転という周期運動をしていることに原因を見出さう。それはまた、非線型系である流体（今の場合には、大気・海水・マグマ）が回転や熱などの影響のもとに規則的な細胞構造を形成しやすいということに帰因する。

こうした大気・海洋という流体系の中に生を受け、誕生後も太陽エネルギーを活動源としている生物系の現象にも、それが高度化し社会生活をいとなむ人間社会の現象の変化変動の中にも統計的規則性を見出すことができる。

ちょうど、あるブラック・ボックスに白色雑音を通して特定のスペクトルをもつ不規則変動を作り出すことが

できるように、系が高度化するにつれて不規則性の中に統計的規則性を見出さうように思われる。

他方、局所的瞬間的な変化は基本的な法則で記述し得ても、広域の長期の変化は単純な基本法則のみでは予測しえない不確定性を有するようになる。たとえば、天気予測は、小スケール短時間の変化であるならば、流体力学と熱力学の法則で予測しうが、われわれの生活に関心のあるスケールでの天気予報は不確定的で、統計的方法に依存する割合が大きくなる。

いずれにせよ、われわれの対象とする変動現象には、ある程度の不規則性と統計的規則性はさけ難いようである。

著者は先に制御理論 (Kalman filter) による大気汚染の予測法を発表したが、本論文では上述の事柄を念頭に置いて、種々の統計的予測方法の特徴を検討し、それらの方法の統合について考察する。

2. 新しい予測法構成のための考察

前報告で解説したように大気汚染・環境汚染の予測法は物理法則に基づくものと、統計的なものと大きく分類される。統計的方法は、さらに制御理論的方法と多変量解析とに分けられる。前者は、時々刻々の情報を予測に取り入れて行く点で“動的予測法”といつてよいであろう。これに対し、多変量解析は新しい情報が予測に大きい重さをもたない点で“静的予測法”とよぶべきものと著者は考えている。

本論文では、まずこれらの予測法の特徴・類似点・相異点を探りつつ、それらの組み合わせによる予測法の構成について考察する。

(1) 制御理論と回帰分析の併用による予測法

まず、最初にこの2つの理論の特徴の比較を行う。

a) 回帰分析と制御理論の類似性

* 正会員 工博 東京工業大学工学部教授 土木工学科

予測すべき状態を成分とするベクトルを x 、それに影響する観測可能な状態を成分とするベクトルを y とするとき、 x と y との間に線型な関係

$$x = Ay + n \dots \dots \dots (1)$$

を仮定し、予測行列 A を統計的に求めようとするのが回帰分析 (Regression analysis) である。上式において、 n はノイズ・ベクトルである。予測すべき状態量が時系列であるとき、 y の成分として x の過去の量が含まれる。回帰行列 A は、一度求められると不変のものとして固定的に取扱われる。

一方、現代制御理論は状態ベクトル微分方程式

$$\frac{dz}{dt} = \Phi z + \Gamma u + v \dots \dots \dots (2)$$

を基礎として論じられる。ここに、 u は制御ベクトル、 $\Phi \cdot \Gamma$ はそれぞれ z および u に関する変換行列、 v はノイズ・ベクトルである。上式の関係は、 Z 変換により定差形に直すことができる。

$$z(t) = \Phi_1 z(t-1) + \psi_1 u(t-1) + n \dots \dots \dots (3)$$

一階常微分方程式 (2) は、予測すべき状態ベクトル x に関する高階常微分方程式を、たとえば $z_1 = dz_0/dt$ により $d^2 z_0/dt^2 = dz_1/dt$ などのように一階常微分化したものであり、 z は x およびその高次微係数より成り立っている。したがって、式 (3) の右辺の z のうち x の時間微分の項を x に関する定差形に書き換えることにより、

$$x(t) = Ay + n \dots \dots \dots (4)$$

の関係を得る。ここに、 y は x の過去の値および u を成分とするベクトルである。したがって、回帰分析による予測式 (1) と上式は全く等質のものである。Kalman の予測理論では、回帰分析の場合と同様に変換行列 Φ を不変あるいは時間的変化が既与として、観測系を通しての情報により、状態量微分方程式よりの推定誤差の修正を行う。また、著者が前論文で用いた方法²⁾ は、むしろ変換行列 Φ が未知でしかも時間的に変動するとして、 x の観測データにより Φ の最適値を推定した。

b) 回帰分析と制御理論との異質性

式 (2) あるいは (4) で表わされる状態方程式を基礎として、現代制御理論は主としてオンライン操作での状態 (z または x) の推定や予測あるいは制御を目的としている。オンライン演算には状態変数、したがって変換行列の次元が巨大化するの是不利である。これらの次元が小さいことは、換言すれば状態微分方程式の微分階数が低いこと (式 (2)) であり、定差方程式 (4) の中に遠い過去の状態量を含まないことである。つまり、長周期の複雑な変動までも式 (2)~(4) により推定しようとする、状態ベクトルや変換行列の次元は大きくならざるを得ない。このことは、制御理論がもともと望ましい状態

からのズレの補正制御ということを目적으로して発展してきたことを考えれば当然である。

以上のように制御理論は、単純な変動の予測に適しているのに反して、回帰分析の方法は長周期の複雑な変動の予測に向いている。回帰行列を決定するのに多数のデータの統計処理を行うが、この過程で細かな短周期変動は平均化され埋没してしまう。回帰分析の場合には、ベクトル y の次元を上げることにより、細かな周期の短い変動も予測しうようになる。

c) 二つの方法の併用

回帰分析と制御理論とは、数学表示形式がきわめて類似している反面、その予測性の性向はこのように全く相反している。さらに、長周期的変動は一般に比較的安定しており、夏に雪の降ることや冬に水泳のできるほど暑くなることは、まずありえないように、変動の幅 (変動エネルギー) も大きい。

これらのことから、不規則現象の変動を長周期変動と短周期変動の 2 つの成分に分けて考えることができる。前者は安定しており、静的予測法である回帰分析により、後者は動的予測法である制御理論により予測することができる。

さて、回帰分析³⁾、制御理論とくにカルマン・フィルタ^{3), 6)} の予測式 (1), (4) は、前に示したように数学的に同じであるから、これを、

$$x = Ay + n \dots \dots \dots (5)$$

とする。 y の次元が十分大きければ、変換行列 A を既知分 (一般には時間位相の関数) \bar{A} と、変動分 (未知分) \tilde{A} の和と考えると、上式は、

$$x = \bar{x} + \tilde{x} \dots \dots \dots (6)$$

$$\bar{x} = \bar{A}y \dots \dots \dots (7)$$

$$\tilde{x} = \tilde{A}y + n \dots \dots \dots (8)$$

と書ける。ここに、 \bar{x} は回帰分析法 (式 (1)) による予測成分であり、 \tilde{x} は残差分である。 \tilde{x} は過去の諸データ y により予測しうると考えられる成分 $\tilde{A}y$ とノイズ n の和である。この残差予測は、前報告の方法²⁾ により行うことができる。前報告では、安定成分 \bar{x} を簡単に各月ごとの汚染物濃度の平均日変化としたわけである。

y の次元を小さくするために、残差 \tilde{x} の説明変数として、 x のほかに \tilde{x} の過去のデータをも成分として含む新たな変数 \tilde{y} をとり、式 (8) を次のように表わすほうがよいと思われる。

$$\tilde{x} = \tilde{B}\tilde{y} + n \dots \dots \dots (8a)$$

ここに、 \tilde{B} は未知の変換行列である。

(2) 因子分析法を併用した回帰分析法

a) 回帰分析

x を予測すべき状態ベクトル、 y を x の変化に影響

する状態ベクトルとする。この y の成分には x の過去の値も含まれる。時刻 t において k 時間先の x の値を推定するには、予測行列 A により（時間間隔 $\Delta t=1$ として）、

(単純模型)

$$x(t+k) = Ay(t) + n(t) \dots\dots\dots (9)$$

(周期模型)

$$x(t+k) = A(T)y(t) + n(t) \dots\dots\dots (10)$$

$$T = \text{Mod}(t, T_0)$$

と表わされる。ここに、 $y(t)$ は一般に

$$y(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-1) \\ \vdots \\ x(t-l) \\ z(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

のように、 x の現在および過去の値と、それ以外の入力ベクトル z よりなる。また、 $n(t)$ はノイズ・ベクトルである。

式 (9) で表わされる単純模型は、いわゆる定常確率過程に対応し、この場合の予測行列 A は予測時間 k のみに関係する。これに反し、式 (10) で表わされる周期模型では、日周期とか年周期のような卓越した周期 T_0 の存在する場合を対象とし、予測行列 $A(T)$ は卓越周期内の位相 T (日周期に対しては、何時；年周期に対しては、何月あるいは何日) に依存する。

予測行列 A の推定値 \hat{A} は、式 (9) あるいは式 (10) の両辺に、右からベクトル y^T を掛けて統計的平均を採り、さらに変形すれば次のように求まる⁵⁾。

$$\hat{A} = (\overline{xy^T})(\overline{yy^T})^{-1} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $\overline{yy^T}$ と $\overline{xy^T}$ はそれぞれ y の相関行列および x と y の相互相関行列である。

現象が周期性をもつとき、上記の周期模型における $A(T)$ を求めようとするとき、必要なデータ数はぼう大な数となる。この場合のより簡単な方法は、 x の平均値周期変化

$$\bar{x}_0(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(T)$$

を求め、これよりの各時刻の x の偏差 x^* について単純模型を作ればよい。

$$\left. \begin{aligned} x^*(t) &= A^*y(t) + n \\ x(t) &= \bar{x}_0(T) + x^*(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10a)$$

式 (9) あるいは式 (10) ないし (10a) による予測を“Phase I の予測”とよぶことにする。

b) 因子分析による次元数の縮小

前項による回帰分析の方法で予測を行うと、取扱うベクトル x や y あるいは行列 A の次元は、通常かなり大きくなり計算上不利である。また、無理に次元を削ると予測の精度は低下する。たとえば、日周期のある現象

では $y(t)$ の成分として $x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-23)$ という x の 24 時間分の過去のデータを含むであろう。しかし、これらは互いに独立ではなく時間間隔の少ない x 同志の相関性は高いであろうし、予測すべき $x(t+k)$ に対する影響度の点では、現在および近い過去のデータの重さが大きいと考えられる。

さらに、予測すべき状態 x の成分も互いに独立とは限らず相互に依存している場合が多い。このような場合には、これらの量を互いに独立なより次元の低い共通因子ベクトルを用いて表わすことができる³⁾⁴⁾⁵⁾。すなわち、

$$x(t, T) = F(T)f(t, T) \dots\dots\dots (13)$$

$$y(t, T) = G(T)g(t, T) \dots\dots\dots (14)$$

ここで、変動の周期性を明確に示すために x および y についても位相 T を記入した。同じ $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ というデータがあっても、それが夏の状態か冬の状態か、あるいは昼の観測値か夜の値か、などを明確に記し付けるためである。上式の右辺の $F \cdot G$ は変量 $x \cdot y$ にそれぞれ固有の行列で、因子負荷行列 (Factor loading matrix) とよばれる。簡単にいえば、 x あるいは y を構成するいくつかの基本パターンの集まりである。 $F \cdot G$ は

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1p} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ F_{m1} & F_{m2} & \dots & F_{mp} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1q} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2q} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \dots & G_{nq} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

と表わされ、 x については $[F_{11}, F_{21}, \dots, F_{n1}]^T, [F_{12}, F_{22}, \dots, F_{n2}]^T, \dots, [F_{1p}, F_{2p}, \dots, F_{np}]^T$ の p 個の基本パターン； y については q 個の基本パターンに分解される。一般に、共通因子の次元は、もとの変量ベクトルの次元よりも少ない。

$$\left. \begin{aligned} p &\leq m \\ q &\leq n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

各標本は、これらの基本パターンの組合せによるが、標本ごとの各パターンの強弱を示すのが $f(t, T)$ および $g(t, T)$ で、因子評点 (Factor score) とよばれる。これらは、基本パターン数と同じ次元の不規則ベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} f(t, T) &= [f_1, f_2, \dots, f_p]^T \\ g(t, T) &= [g_1, g_2, \dots, g_q]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

因子負荷行列を求めるには、最尤推定と直交回転法あるいは斜交回転法・正準因子分析法・主因子分析法などの方法がある。ひとたび因子負荷行列が求まると、各標本ごとの因子評点を最小 2 乗推定により求めることができる。各標本ごとの観測誤差が少ない場合には、次のよ

したがって式 (13) より

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(t+k) &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{f}}(t+k) \\ \text{あるいは,} \\ \hat{\mathbf{x}}(t+k) &= \bar{\mathbf{x}}_0(T) + \mathbf{F}\hat{\mathbf{f}}(t+k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

以上のようなカルマンの制御理論と回帰分析・因子分析を組み合わせた予測法 (Prediction by Kalman filtering combined with Regression and Factor Analysis) を、短称して KARFA 法と名付けることにする。

4. 例 題

上述の方法の理解のために簡単な例を示す*。

a) $x_1(t), x_2(t)$ は定常確率過程に属する変数である。また、 x_1, x_2 の変化に影響するのはそれらの 1-時間ステップおよび 2-時間ステップ前の値と、これと独立な確率変量 w_1, w_2 の 1-時間ステップ前の値である。すなわち、 \mathbf{x} および \mathbf{y} は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t)]^T \\ \mathbf{y}(t-1) &= [x_1(t-1), x_2(t-1), x_1(t-2), \\ &\quad x_2(t-2), w_1(t-1), w_2(t-1)]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

\mathbf{x} と $\mathbf{w} = [w_1, w_2]^T$ についての統計資料の因子分析からこれらは、次のようにそれぞれ 1 個の共通因子 $f \cdot d$ をもつことが明らかとなった。

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_1 f + n_1 \\ x_2 &= \alpha_2 f + n_2 \\ w_1 &= \omega_1 d + n_3 \\ w_2 &= \omega_2 d + n_4 \end{aligned}$$

行列表示をすれば、次のようになる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}f + \mathbf{n}; \mathbf{F}^T = [\alpha_1, \alpha_2] \dots\dots\dots(34)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{g} + \mathbf{n}'; \mathbf{g}^T = [f(t-1), f(t-2), d(t-1)] \dots\dots\dots(35)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ 0 & 0 & \omega_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(36)$$

この因子分析法の導入により、変数の次元は $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ とも半分となった。 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ の次元が大きくなっても、因子数はたいていの場合数個ですむから、 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ の次元数が大きいほど因子分析法の効果は大きい。

次に f と \mathbf{g} との回帰関係を求め、

$$\hat{f} = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{g} \dots\dots\dots(37)$$

$$\bar{\mathbf{B}} = [\beta_1, \beta_2, \beta_3] \dots\dots\dots(38)$$

の関係を得た。以上が準備段階である。

次にオンライン予測の過程に入る。時刻 t において予測変量の実測値として、 $x_1(t) \cdot x_2(t)$ が得られた。これより $f(t)$ を求めると、

$$\begin{aligned} f(t) &= [\mathbf{F}^T \mathbf{F}]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{x}(t) \\ &= [1/(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)] \times (\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)) \end{aligned} \dots\dots\dots(39)$$

また、すでに得られている $\mathbf{x}(t-1) \cdot \mathbf{x}(t-2) \cdot \mathbf{w}(t-1)$ より $\mathbf{g}(t-1)$ は次のように求められている。

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(t-1) &= [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{y}(t-1) \\ &= [f(t-1), f(t-2), d(t-1)]^T \dots\dots(40) \end{aligned}$$

この $\mathbf{g}(t-1)$ を用いて式 (37) より計算された $f(t)$ の予測値は

$$\begin{aligned} \bar{f}(t) &= \bar{\mathbf{B}}\mathbf{g}(t-1) = \beta_1 f(t-1) \\ &\quad + \beta_2 f(t-2) + \beta_3 d(t-1) \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

次の時刻 $(t+1)$ の f (したがって \mathbf{x}) を予測するための最新の情報は、現時点での f の実測と回帰予測との残差 \hat{f}

$$\hat{f}(t) = f(t) - \bar{f}(t) \dots\dots\dots(42)$$

である。

一方、残差 \hat{f} についての状態推定方程式は、 $f \cdot d$ の他に \hat{f} の過去のデータも成分に含むベクトル $\hat{\mathbf{g}}$ を用いて

$$\begin{aligned} \hat{f}(t) &= \hat{\mathbf{B}}(t-1)\hat{\mathbf{g}}(t-1) + n(t) \\ &= \hat{\mathbf{g}}^T(t-1)\hat{\mathbf{B}}^T(t-1) + n(t) \dots\dots\dots(43) \end{aligned}$$

残差の推定値 \hat{f} と実測値 f との差

$$\tilde{f}(t) = f(t) - \hat{f}(t) \dots\dots\dots(44)$$

を用いて、回帰行列の補正值 $\hat{\mathbf{B}}(t)$ を Kalman filtering により次のように求めることができる (前論文の \mathbf{M} と \mathbf{h} がそれぞれ $\mathbf{M} \rightarrow \hat{\mathbf{g}}^T, \mathbf{h} \rightarrow \hat{\mathbf{B}}^T$ に対応することに注意して)。

$$\hat{\mathbf{B}}^T(t) = \hat{\mathbf{B}}^T(t-1) + \mathbf{K}[\tilde{f}(t) - \hat{f}(t)] \dots\dots(45)$$

ここに、 \mathbf{K} は Kalman gain matrix で

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{t|t-1}\hat{\mathbf{g}}[\hat{\mathbf{g}}^T\mathbf{P}_{t|t-1}\hat{\mathbf{g}} + \mathbf{Q}_t]^{-1} \dots\dots\dots(46)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t|t-1} &= \mathbf{P}_{t-1|t-1} + \mathbf{R} \\ \mathbf{P}_{t-1|t-1} &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(t)\hat{\mathbf{g}}^T(t)]\mathbf{P}_{t-1|t-2} \\ \mathbf{Q}_t &= \bar{n}^2 \\ \mathbf{R} &= \overline{v v^T} \end{aligned}$$

$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{B}}^T$ に伴うノイズ

最後に次の時刻 $(t+1)$ での f の推定値を

$$\hat{f}(t+1) = \hat{f}(t+1) + \hat{f}(t+1) \dots\dots\dots(47)$$

ここに、

$$\hat{f}(t+1) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{g}(t) \dots\dots\dots(48)$$

$$\hat{f}(t+1) = \hat{\mathbf{B}}(t)\hat{\mathbf{g}}(t) \dots\dots\dots(49)$$

により計算し、必要ならば

$$\hat{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}}_0(T) + \mathbf{F}\hat{f}$$

* 具体的例示は、本方法の応用性を固定し勝ちであるので、別途発表したい。

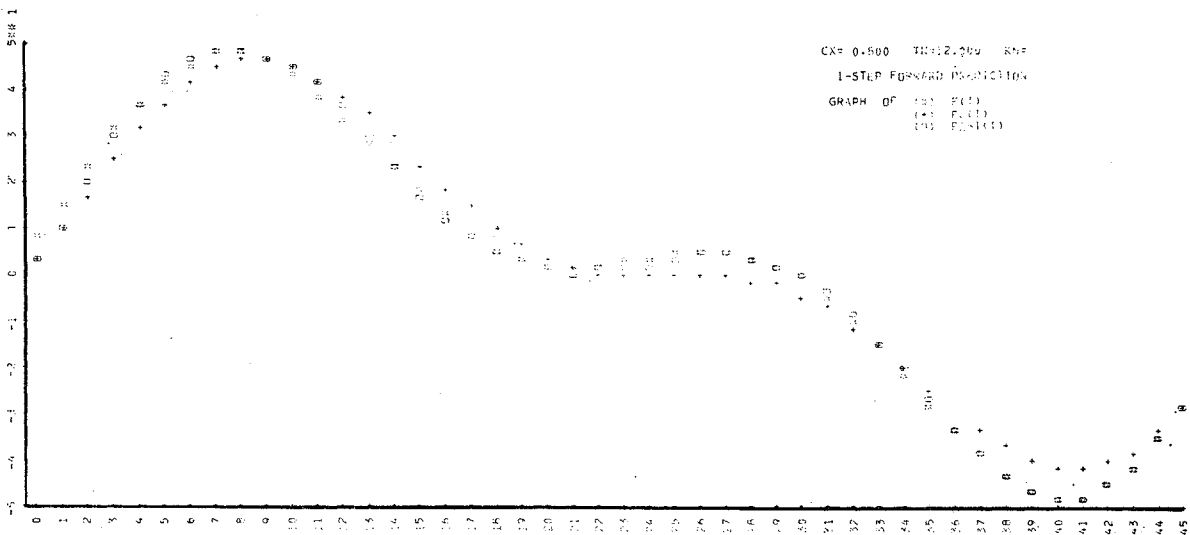


Fig. 2 (a)

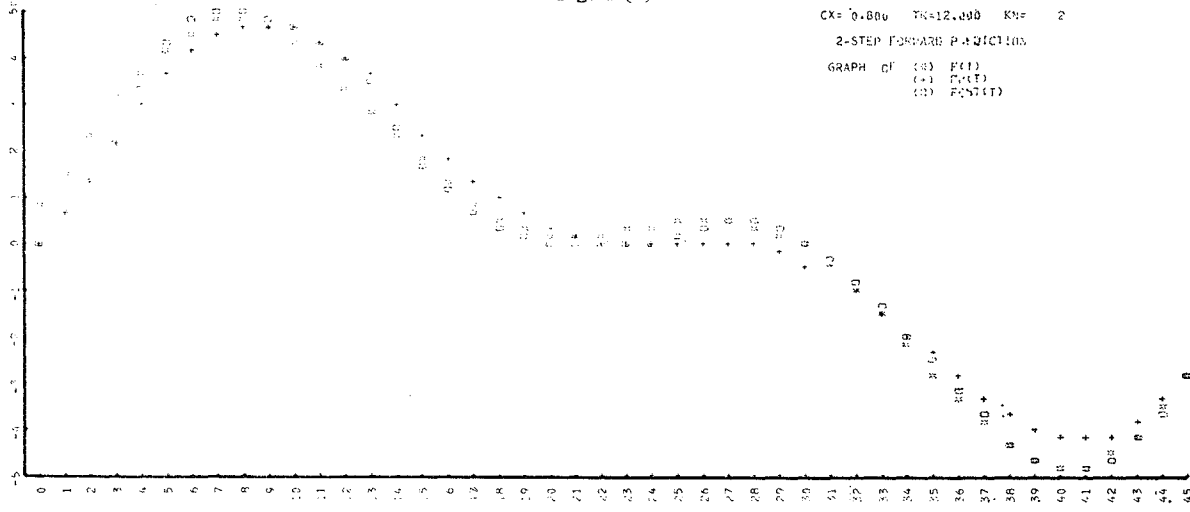


Fig. 2 (b)

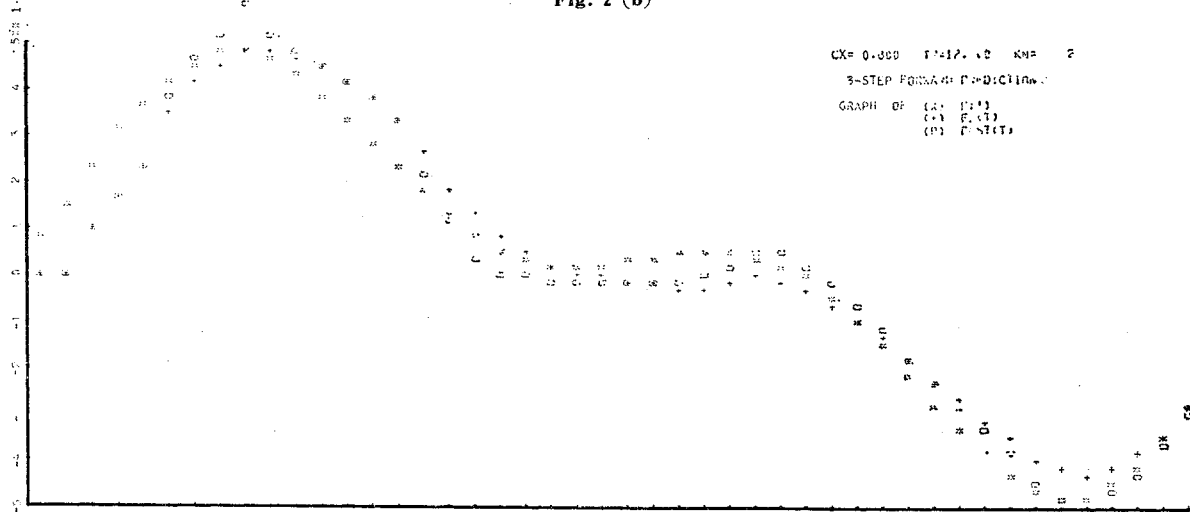


Fig. 2 (c)

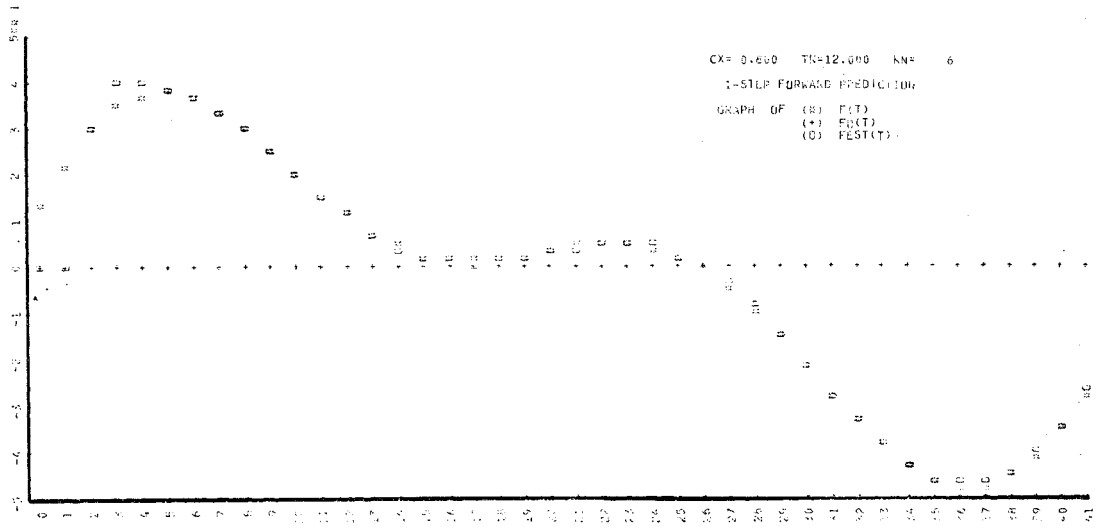


Fig. 2 (a')

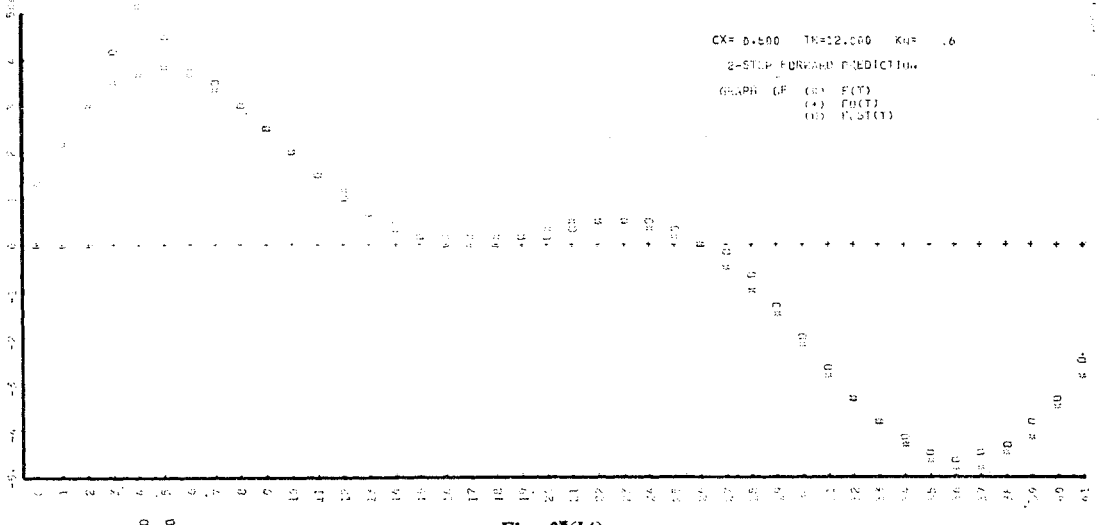


Fig. 2(b')

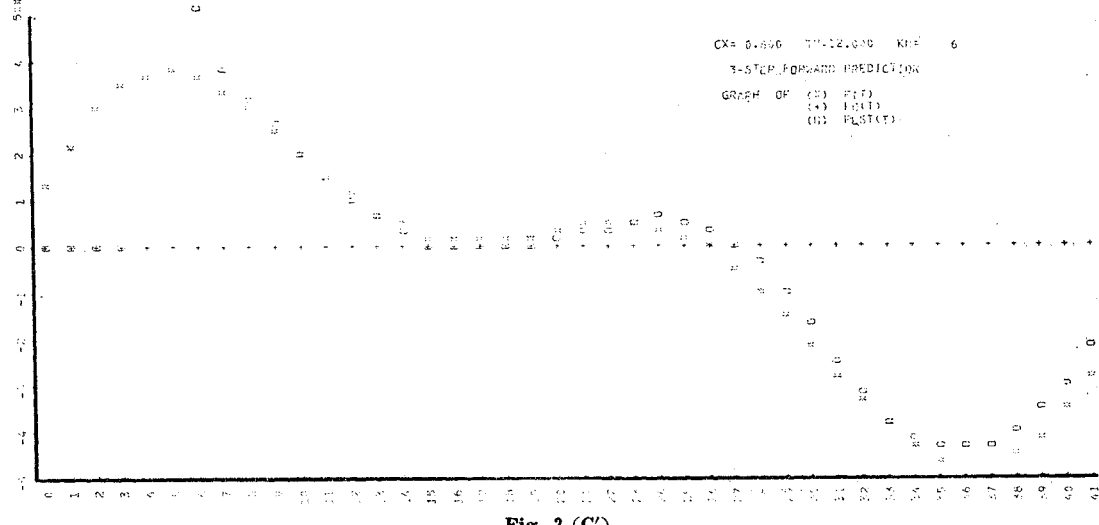


Fig. 2 (c')

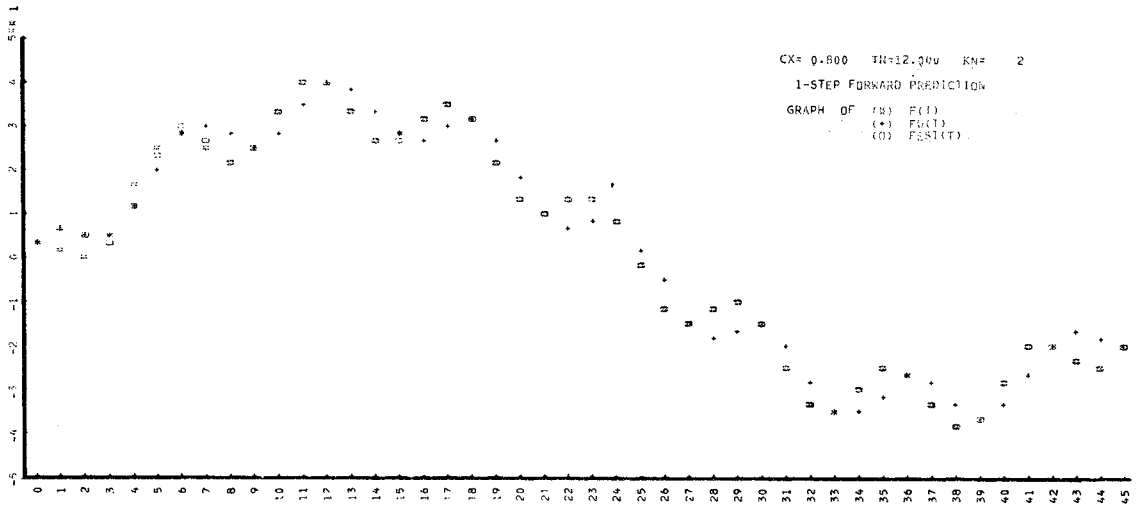


Fig. 3 (a)

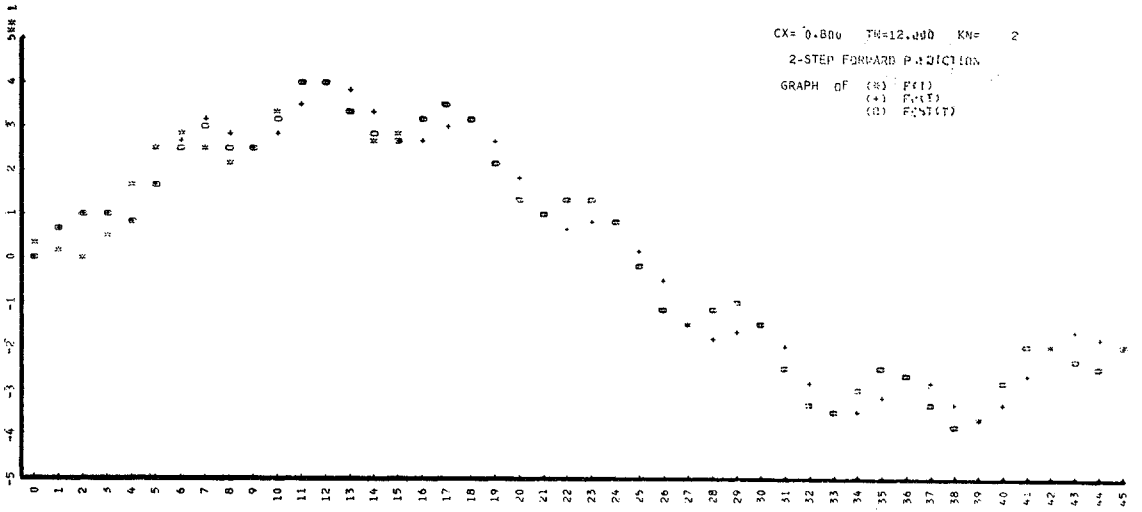


Fig. 3 (b)

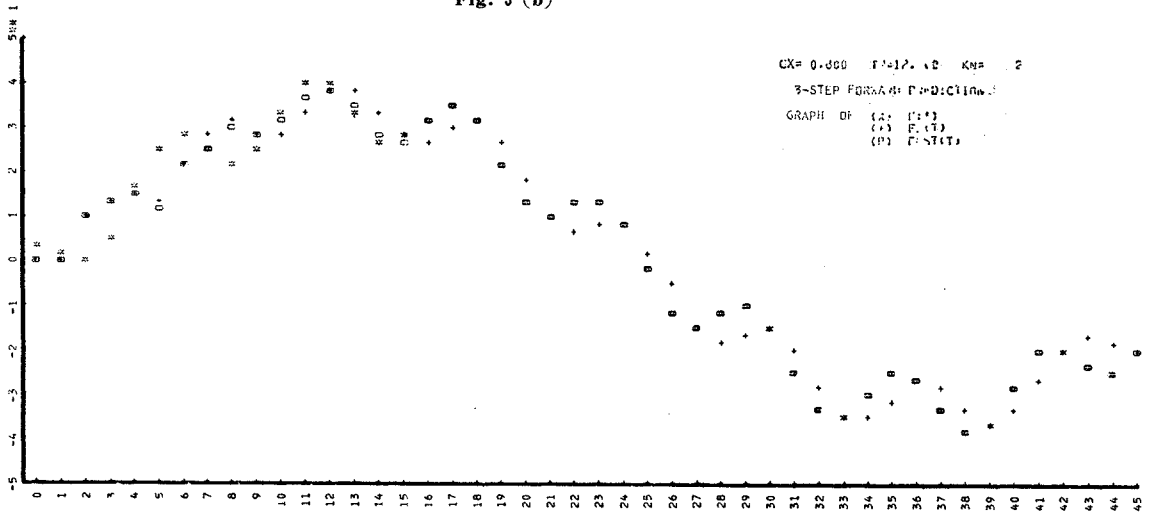


Fig. 3 (c)

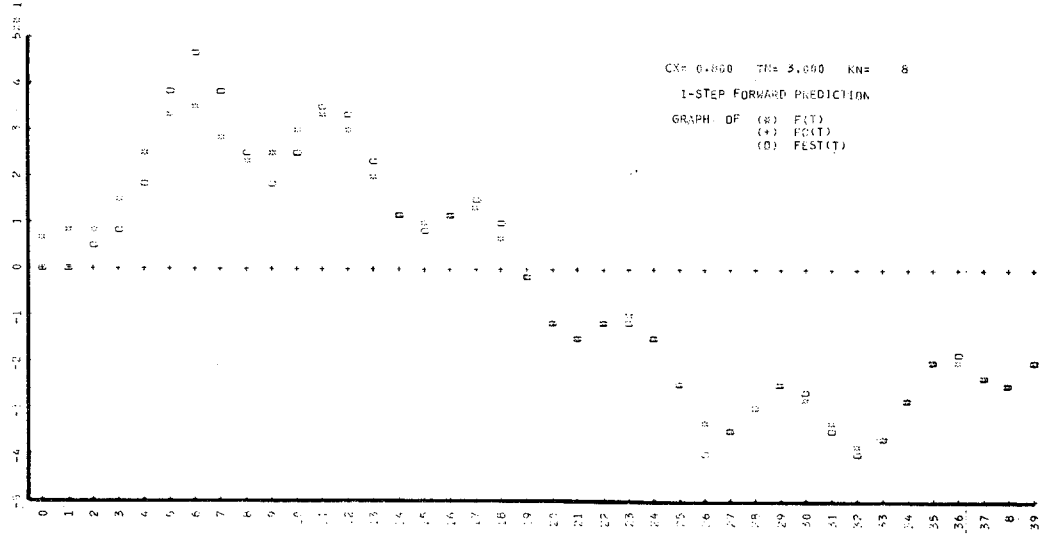


Fig. 3 (a')

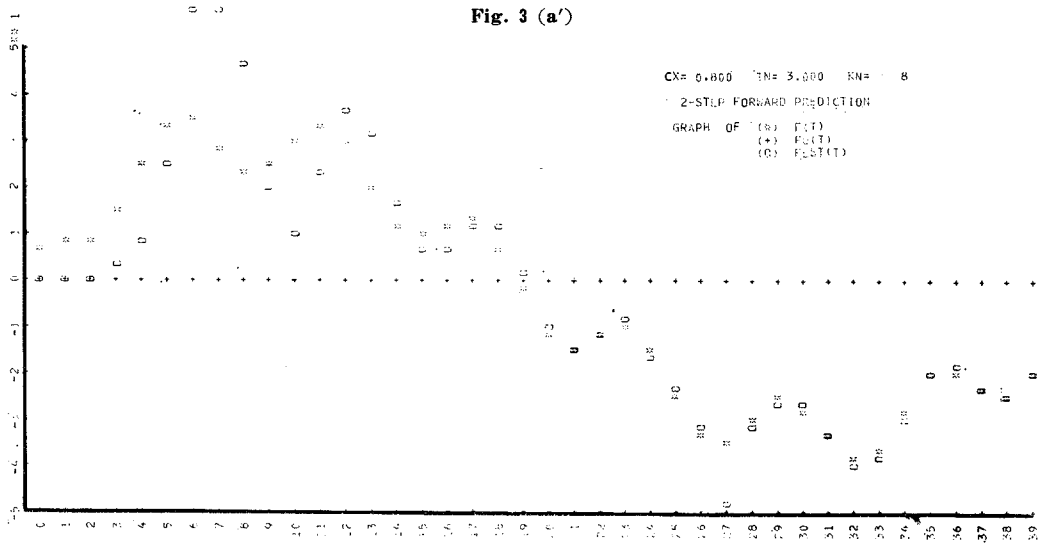


Fig. 3 (b')

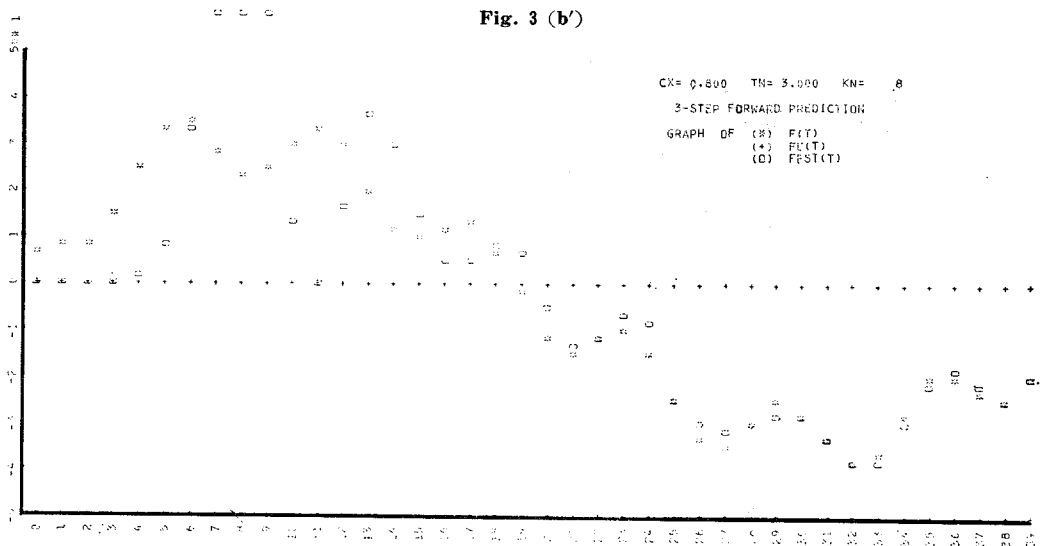


Fig. 3 (c')

により状態 x に直せばよい。

上述の KARFA 法による予測 (○印) と普通の回帰式のみによる予測 (+印) と真値 (*印) を予測時間ステップが 1, 2, 3 の場合について比較したのが、図-2 (a), (b), (c) である。回帰分は式 (41) に示したように 2 次マルコフ式である。また、カルマン予測分 (式 (49)) として、 $\hat{g}=[\hat{f}(t-1), \hat{f}(t-2)]^T$ 、すなわち f の予測誤差 \hat{f} の 2 個の過去の値を用いている。

比較のために同じ変動をカルマン・フィルタのみで行ったのが、図-2 (a'), (b'), (c') である。ただし、回帰式による予測を行っていないので、予測のための f の過去のデータ数を多くし 6 個としている。

図-3 は回帰予測からの誤差分の周期の短い場合の比較例である。図-3 の (a), (b), (c) は KARFA 法による 1, 2, 3 ステップ先の予測で、式 (49) の \hat{g} としては 2 個の \hat{f} のデータしか用いていない。

これに対し、カルマン・フィルタのみで同程度の精度の予測を行うには、予測に必要とされる f の過去のデータ数はこの場合 8 個も採ることが必要であった (図-3 (a'), (b'), (c'))。

ここに示したのは、変数 f の次元が 1 であり、かつ回帰式およびそれよりの変動分の予測に、ともに 2 ステップ過去までのデータを要する非常に簡単な場合の例である。これをカルマン・フィルタのみで同程度に予測しようとするれば予測のための過去のデータ数を数倍多く取ることが必要である。 f の次元が大きくなったり、回帰成分が複雑になると、KARFA 法の利点 (特にオンライン予測の場合の利点) は大きくなると考えられる。

5. 結 論

前論文に報告したカルマン・フィルタ理論を拡張した予測法と多変量解析における回帰分析法の特徴を比較検討し、この 2 つの方法を併用する方法を提案した。さらに、多変量解析における因子分析法を組み合わせると、予測状態ベクトルの次元が大きい場合にも適用しうる。

この方法を KARFA (Kalman filtering combined

with Regression and Factor Analysis) と名付け、例題により従来の統計的予測法との比較を行って、その有効性を検討した。

記 号 説 明

(上付添字)

- : 統計的平均あるいは回帰分析よりの推定値
- △ : 最適推定値, 制御理論による推定値
- ~ : 残差 (あるいは残差に関する値)
- ∧ : 残差の最適推定値
- T : 転置行列
- 1 : 逆行列

(アルファベット)

- 大文字ゴシック : 行列
- 小文字ゴシック : ベクトル
- x : 予測すべき状態ベクトル
- y : 予測に相関する状態ベクトル
- f : x の共通因子評点ベクトル
- g : y の共通因子評点ベクトル
- F : x の因子負荷行列
- G : y の因子負荷行列
- A : $x \cdot y$ 間の回帰行列
- B : $f \cdot g$ 間の回帰行列
- t : 時刻
- T : 位相 (明確な周期性をもつ場合のみ使用)
- dt : 時間ステップ単位 (本論文では $dt=1$)

参 考 文 献

- 1) 浅野長一郎：因子分析法通論，共立出版，1971。
- 2) 日野幹雄・森 義一・吉川信二郎：カルマン・フィルタによる大気汚染の予測法，土木学会論文報告集，No. 224，1974
- 3) Kalman, R.E. : A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 82, p. 35, 1960.
- 4) 芝 裕順：因子分析法，東大出版会，1972。
- 5) Seal, H.L. (塩谷 実 訳)：多変量解入門，共立出版，1970。
- 6) 日野幹雄：カルマン・フィルタ理論の平易な誘導について，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 15，1973。

(1974.1.11・受付)