

平面波の反射と透過

電磁波の性質として、反射と透過は最も基礎的な現象である。我々の生活している空間は、各種の形状を持った媒質で構成されている。人間から見れば、空気、水、木、土、火、金属、プラスチックなど、全く異なるものに見えるが、電磁波からすると誘電率、透磁率、導電率が異なるだけである。磁性体を除く媒質は比透磁率が1で、ほとんど媒質に当てはまるので、実質的に我々の身の回りの媒質で、電磁波にとって差があるのは誘電率と導電率だけになる。また、全てのものには形がある。そして境界がある。波長に比べて大きいものもあれば、小さいものもある。境界の形状も様々である。全ての形状を考慮した現象の定式化は不可能であるが、ここでは、あまり複雑なことには立ち入らず、その中で最も基本的な平面境界に電磁波が当たったときに起こる反射と透過の現象を調べてみよう。

アンテナから放射された電波は、十分遠方の局所的な場所では平面波として近似できる。その平面波がある境界に入射すると反射が起きる。波は必ずしも境界面に対して垂直入射するとは限らないし、電界の向きも平行や垂直とは限らない。

電界は、伝搬方向と垂直な面内にあるベクトルであり、図1のように2つの直交する成分に分解できるので、各々の成分について考えるのが便利である。

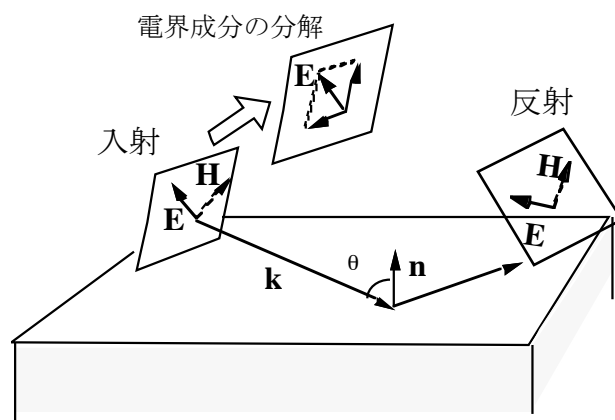
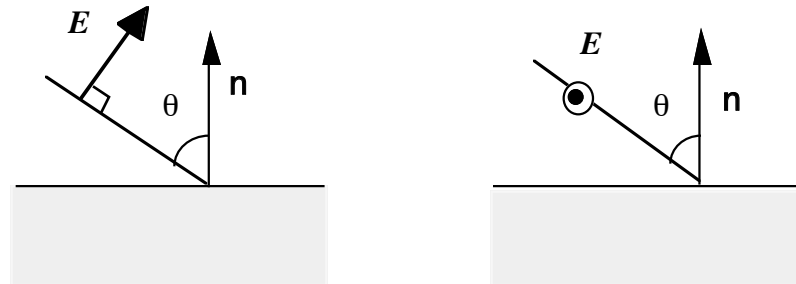


図1 平面大地の反射による電界成分の分解

ここでは平面境界に対する電波の反射と透過を考察しよう。まず、幾何形状だけで決まる面を考える。図1のように電波の入射する方向のベクトル \mathbf{k} と平面の法線ベクトル \mathbf{n} で1つの面が決定できる。この面のことを入射面 (plane of incidence) という。そして、 \mathbf{n} とのなす角度 θ を入射角 (incidence angle, or angle of incidence) という。

この入射面を基準として、電界ベクトルが入射面内に平行な（横たわっている）場合を平行偏波という。また、磁界が入射面に垂直なので **TM** (Transverse Magnetic) 波という。さらに、境界面を地面にたとえると地面に対して垂直の場合に相当するので**垂直偏波**、あるいは**H波**と呼ぶこともある。図2参照。



垂直偏波, **TM** 波, **H** 波 水平偏波, **TE** 波, **E** 波

図2 偏波の名称

一方、電界ベクトルが入射面に垂直な場合を**直交偏波**、または**TE** (Transverse Electric)波という。また、電界が大地に対して水平になっているので**水平偏波**、あるいは**E波**と呼ぶことがある。

1. 水平偏波の反射係数と透過係数

まず、水平偏波の反射係数、透過係数について調べよう。図3のように入射角 θ_1 で平面波の電波が入射すると、一部は反射し、残りは媒質内に透過する。そこで、電界の反射係数を R_h 、透過係数を T_h とおき、反射角を θ_r 、透過角を θ_2 とする。また、媒質Iの誘電率、透磁率をそれぞれ ϵ_1, μ_1 、媒質IIの誘電率、透磁率を ϵ_2, μ_2 とする。（ここでは、 $\epsilon_1 < \epsilon_2$ を仮定しておく）

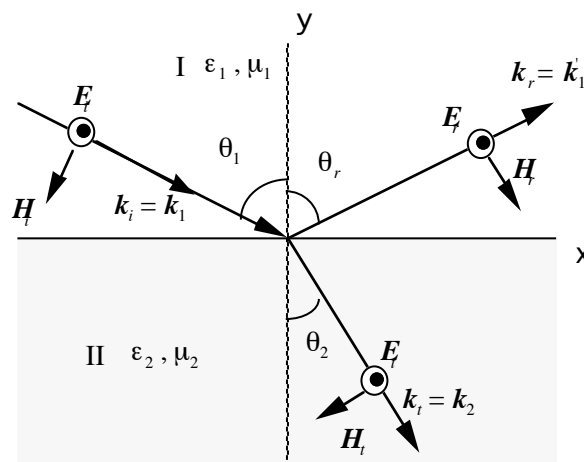
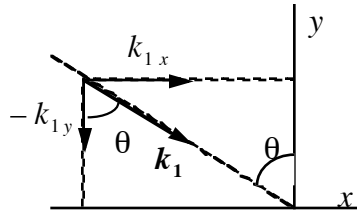


図3 水平偏波の反射と透過

図4のように座標軸をとると，伝搬方向ベクトル（波数ベクトル）は



$$\begin{aligned} k_i &= a_x k_{1x} - a_y k_{1y} = a_x k_1 \sin \theta_1 - a_y k_1 \cos \theta_1 \\ k_r &= a_x k'_{1x} + a_y k'_{1y} = a_x k'_1 \sin \theta_r + a_y k'_1 \cos \theta_r \\ k_t &= a_x k_{2x} - a_y k_{2y} = a_x k_2 \sin \theta_2 - a_y k_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

図4 座標と波数成分

とおけるので電界の入射波，反射波，透過波はそれぞれ

$$\begin{aligned} E_i &= a_z E_0 \exp[-j \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}] = a_z E_0 \exp[-j(k_{1x}x - k_{1y}y)] \\ E_r &= a_z R_h E_0 \exp[-j \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}] = a_z R_h E_0 \exp[-j(k'_{1x}x + k'_{1y}y)] \\ E_t &= a_z T_h E_0 \exp[-j \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}] = a_z T_h E_0 \exp[-j(k_{2x}x - k_{2y}y)] \end{aligned} \quad (1.2)$$

と書き表すことができる．これに対応する磁界はMaxwellの方程式より，

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{E}}{\omega \mu} \quad (1.3)$$

で与えられるので，

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i &= \frac{-E_0}{\eta_1} (a_x \cos \theta_1 + a_y \sin \theta_1) \exp[-j(k_{1x}x - k_{1y}y)] \\ \mathbf{H}_r &= \frac{R_h E_0}{\eta_1} (a_x \cos \theta_r - a_y \sin \theta_r) \exp[-j(k'_{1x}x - k'_{1y}y)] \\ \mathbf{H}_t &= \frac{-T_h E_0}{\eta_2} (a_x \cos \theta_2 + a_y \sin \theta_2) \exp[-j(k_{2x}x - k_{2y}y)] \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}, \quad \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$$

電磁界の境界条件により，境界面 ($y=0$) に対する電界と磁界の接線成分は連続でなければならない．この場合，接線成分はと成分になるので

$$E_{iz} + E_{rz} = E_{tz}, \quad H_{ix} + H_{rx} = H_{tx} \quad (1.5)$$

したがって，

$$e^{-jk_{1x}x} + R_h e^{-jk_{1x}x} = T_h e^{-jk_{2x}x} \quad (1.6)$$

$$-\frac{\cos \theta_1}{\eta_1} e^{-jk_{1x}x} + R_h \frac{\cos \theta_r}{\eta_1} e^{-jk'_{1x}x} = -T_h \frac{\cos \theta_2}{\eta_2} e^{-jk_{2x}x} \quad (1.7)$$

これが成り立つためには，まず位相項が等しくなければならない．

$$k_{1x} = k'_{1x} = k_{2x} = k_1 \sin \theta_1 = k'_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_2 \quad (1.8)$$

したがって、

$$\boxed{\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_r \\ k_1 \sin \theta_1 &= k_2 \sin \theta_2 \end{aligned}} \quad (1.9)$$

これはスネルの法則と呼ばれている。これは、「入射角と反射角が等しい」こと、そして、「波の屈折」を示している。

その結果、

$$1 + R_h = T_h, \quad \frac{\cos \theta_1}{\eta_1} - R_h \frac{\cos \theta_1}{\eta_1} = T_h \frac{\cos \theta_2}{\eta_2} \quad (1.10)$$

したがって、

$$R_h = \frac{E_{rz}}{E_{iz}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_1 - \eta_1 \cos \theta_2}{\eta_2 \cos \theta_1 + \eta_1 \cos \theta_2} = \frac{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} - \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}}{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} + \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}} \quad (1.11)$$

$$T_h = \frac{E_{tz}}{E_{iz}} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_1}{\eta_2 \cos \theta_1 + \eta_1 \cos \theta_2} = \frac{2 \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}}{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} + \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}} \quad (1.12)$$

が得られる。

ここで、反射係数、透過係数に関してインピーダンス的な意味を考えてみよう。反射係数、透過係数の形は図5に示す伝送線路のものとよく似ている。伝搬方向のインピーダンスは η_1 であるが、境界に向かう方向を見たインピーダンスは

$$\left| \frac{E_0}{H_x} \right| = \frac{\eta_1}{\cos \theta_1} > \eta_1$$

となつて、磁界成分が小さくなる分、インピーダンスとしては大きくなる。

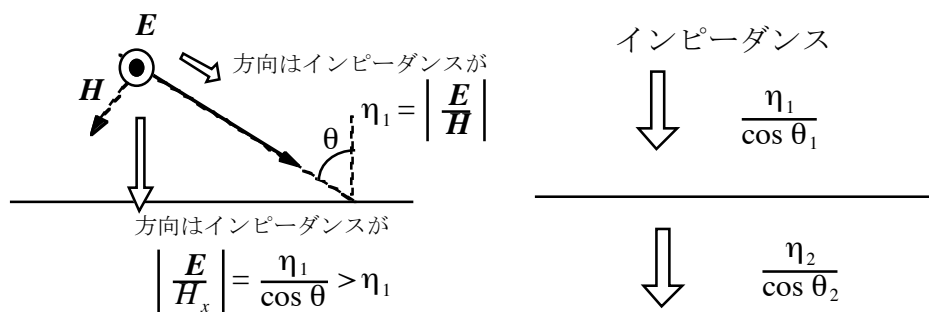


図5 インピーダンスの観点で見た反射と透過（水平偏波の場合）

境界方向のインピーダンスが右図のようになるので、2つのインピーダンスから直ちに反射係数、透過係数が次の形式で与えられる。

$$R = \frac{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} - \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}}{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} + \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}}, \quad T = \frac{2 \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}}{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} + \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}}$$

上方の媒質の誘電率を基準にとり、屈折率をとして

$$n^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{k_2^2}{k_1^2} = \varepsilon_r, \quad \frac{\eta_2}{\eta_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}} = \frac{1}{n} \quad (1.12)$$

なる関係をつかえば、反射係数、透過係数は次の形になる。

$$R_h^E = \frac{E_{rz}}{E_{iz}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_1 - \eta_1 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta_1}}{\eta_2 \cos \theta_1 + \eta_1 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta_1}} = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \quad (1.13)$$

$$T_h^E = \frac{E_{tz}}{E_{iz}} = \frac{2 \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}}{\frac{\eta_2}{\cos \theta_2} + \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}} = \frac{2 \cos \theta_1}{\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \quad (1.14)$$

これから、入射角 θ_1 と屈折率 n が分かれば反射係数、透過係数が決定されることが分かる。上式では電界の反射係数を表すという意味で、上添字をつけて R_h^E 、 T_h^E と明示している。

2. 垂直偏波の反射係数と透過係数

次に、垂直偏波（平行偏波、**H**波、**TM**波）の場合を考える。磁界が水平になるので、反射係数 R_v^H を、透過係数を T_v^H とし、入射角 θ_1 、反射角を θ_r 、透過角を θ_2 とする。また、媒質Iの誘電率、透磁率をそれぞれ ε_1, μ_1 、媒質IIの誘電率、透磁率を ε_2, μ_2 とする。

磁界は、次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i &= \mathbf{a}_z H_0 \exp[-j \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}] = \mathbf{a}_z H_0 \exp[-j(k_{1x}x - k_{1y}y)] \\ \mathbf{H}_r &= \mathbf{a}_z R_v^H H_0 \exp[-j \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}] = \mathbf{a}_z R_v^H H_0 \exp[-j(k_{1x}x + k_{1y}y)] \\ \mathbf{H}_t &= \mathbf{a}_z T_v^H H_0 \exp[-j \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}] = \mathbf{a}_z T_v^H H_0 \exp[-j(k_{2x}x - k_{2y}y)] \end{aligned} \quad (2.1)$$

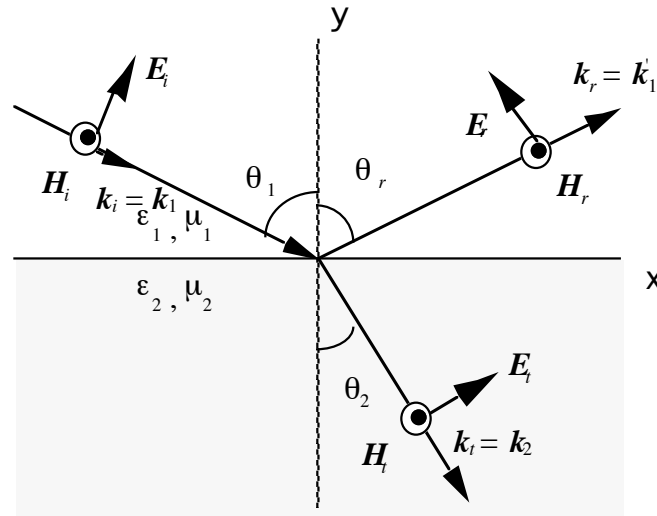


図6 垂直偏波の反射と透過

それゆえ、電界はマックスウエル方程式から次のように求めることができる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_i &= \eta_1 H_0 (\mathbf{a}_x \cos \theta_1 + \mathbf{a}_y \sin \theta_1) \exp[-j(k_{1x}x - k_{1y}y)] \\
 \mathbf{E}_r &= R_v^H \eta_1 H_0 (-\mathbf{a}_x \cos \theta_r + \mathbf{a}_y \sin \theta_r) \exp[-j(k_{1x}x - k_{1y}y)] \\
 \mathbf{E}_t &= T_v^H \eta_2 H_0 (\mathbf{a}_x \cos \theta_2 + \mathbf{a}_y \sin \theta_2) \exp[-j(k_{2x}x - k_{2y}y)]
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

電磁界の境界条件により、境界面に対する電界と磁界の接線成分は連続でなければならない。その結果、

$$R_v^H = \frac{H_{rz}}{H_{iz}} = \frac{\eta_1 \cos \theta_1 - \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} = \frac{n^2 \cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{n^2 \cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \tag{2.3}$$

$$T_v^H = \frac{H_{tz}}{H_{iz}} = \frac{2 \eta_1 \cos \theta_1}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} = \frac{2 n^2 \cos \theta_1}{n^2 \cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \tag{2.4}$$

これは、磁界に対する反射係数、透過係数である。入射角と屈折率が分かれば反射係数、透過係数が決定される。電界に対しては式からもわかるように x 成分が反転し、反射係数の符号も反転する。

$$R_v^E = \frac{E_{rx}}{E_{ix}} = -R_v^H = \frac{\eta_2 \cos \theta_2 - \eta_1 \cos \theta_1}{\eta_2 \cos \theta_2 + \eta_1 \cos \theta_1} = -\frac{n^2 \cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{n^2 \cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \tag{2.5}$$

$$T_v^E = \frac{E_{tx}}{E_{ix}} = T_v^H \frac{\eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} = \frac{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{n^2 \cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \tag{2.6}$$

この結果もインピーダンス的に見ると図7のようになり、

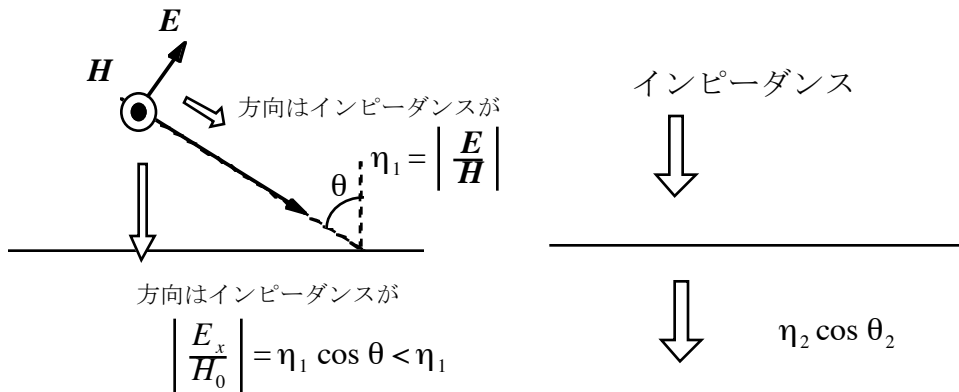


図7 インピーダンスの観点で見た反射と透過（垂直偏波の場合）

伝送線路における反射係数，透過係数と同じであることが分かる．この場合は，境界方向を見たインピーダンスは波動インピーダンスよりも小さい．

$$R = \frac{\eta_2 \cos \theta_2 - \eta_1 \cos \theta_1}{\eta_2 \cos \theta_2 + \eta_1 \cos \theta_1}, \quad T = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_2 \cos \theta_2 + \eta_1 \cos \theta_1}$$

以上で，反射係数と透過係数が求められた．これらの係数をFresnelの反射係数,透過係数と言う．電界を各成分に分けて，反射，透過波の振幅成分を表すと図8のようになる．

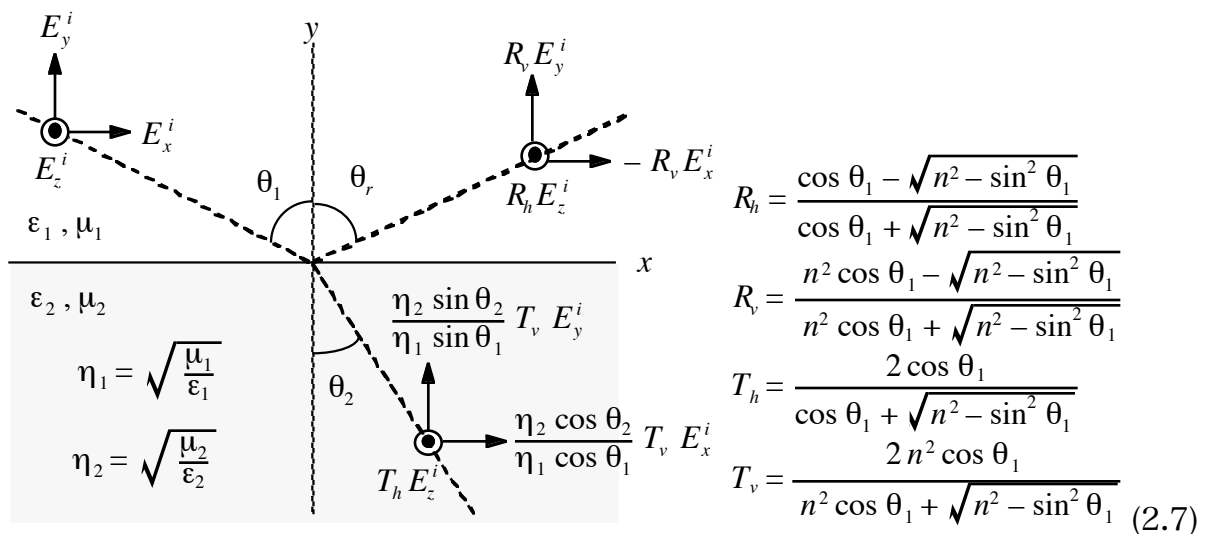


図8 反射，透過による電界成分

入射角の変化に伴って反射係数がどのような値をとるか調べるために、大地の比誘電率を5、導電率を0.01として計算した結果を図9に示す。大きさと位相を示してある。

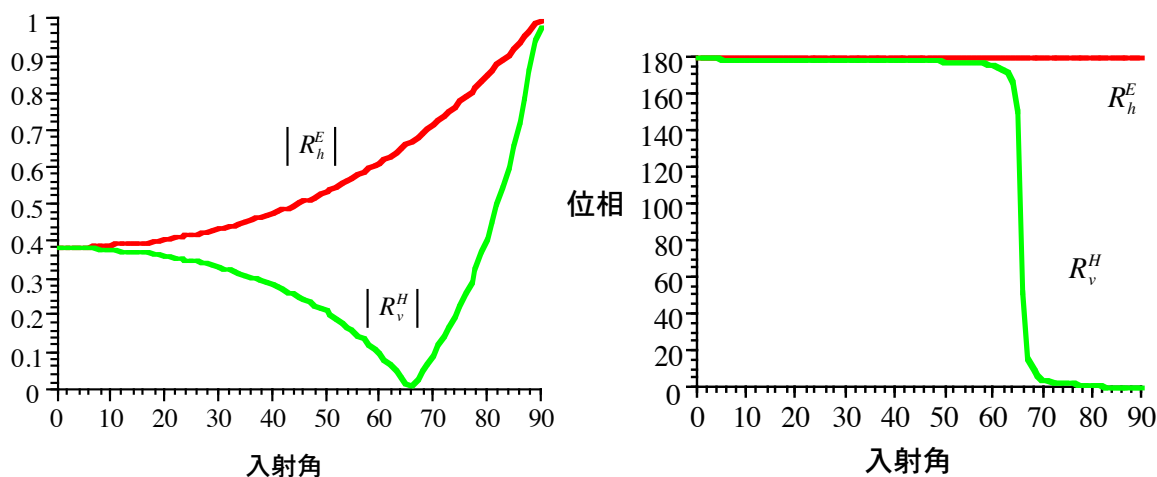


図9 入射角と反射係数

入射角が0と90度ではどちらも同じ値になるが、途中では常に水平偏波の反射係数の方が大きい。また、垂直偏波では反射係数が0となる角度がある。この角度はBrewster角と呼ばれている。この角度をとると、興味のある関係式が導かれる。

$$R_v^E = 0 \quad \text{より, } n^2 \cos \theta_B = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_B}$$

$$\cos \theta_B = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}, \quad \sin \theta_B = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \quad \therefore \tan \theta_B = n \quad (2.8)$$

(2.8)式より、角度 θ_B を見いだせば、媒質の屈折率（あるいは等価的に比誘電率）を求めることができる。

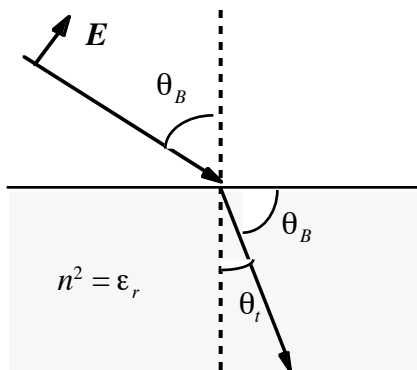
また、このとき透過角をとすると、

$$\sin \theta_t = \frac{k_1}{k_2} \sin \theta_B = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}, \quad \cos \theta_t = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$\sin (\theta_B + \theta_t) = \sin \theta_B \cos \theta_t + \sin \theta_t \cos \theta_B = \frac{n^2 + 1}{n^2 + 1} = 1$$

したがって、
$$\theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2} \quad (2.9)$$

この角度では垂直偏波の反射波は無く、波の進行方向として図10のような関係になっている。



垂直偏波 H_z

図10 ブリュースター角入射における角度の関係

3. 場の表現

Fresnelの反射係数、透過係数を使って、場を表現すると
 (全体の場) = (入射波) + (反射波)
 で与えられるので、計算によって場の様子を示そう。

水平偏波では次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \text{領域I}(z>0) \text{で } E_z^I &= E_0 \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} + R_h e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] e^{-jk_1 x \sin\theta_1} \\
 H_x^I &= -\frac{E_0}{\eta_1} \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} - R_h e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] \cos\theta_1 e^{-jk_1 x \sin\theta_1} \\
 H_y^I &= -\frac{E_0}{\eta_1} \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} + R_h e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] \sin\theta_1 e^{-jk_1 x \sin\theta_1}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

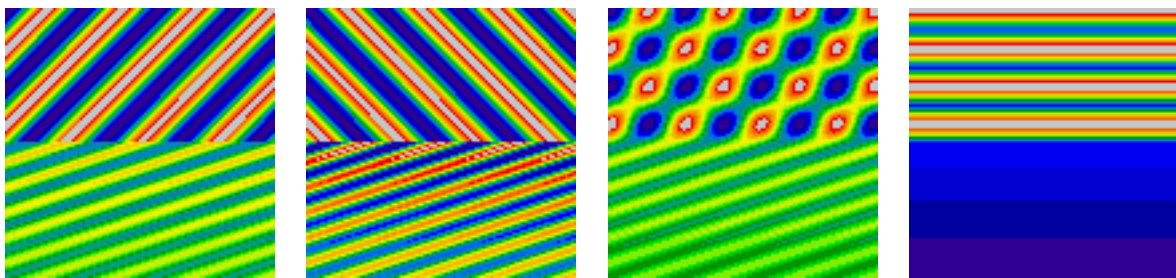
$$\begin{aligned}
 \text{領域II}(z<0) \text{で } E_z^II &= T_h E_0 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2} \\
 H_x^II &= -\frac{T_h E_0}{\eta_2} \cos\theta_2 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2} \\
 H_y^II &= -\frac{T_h E_0}{\eta_2} \sin\theta_2 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

垂直偏波では

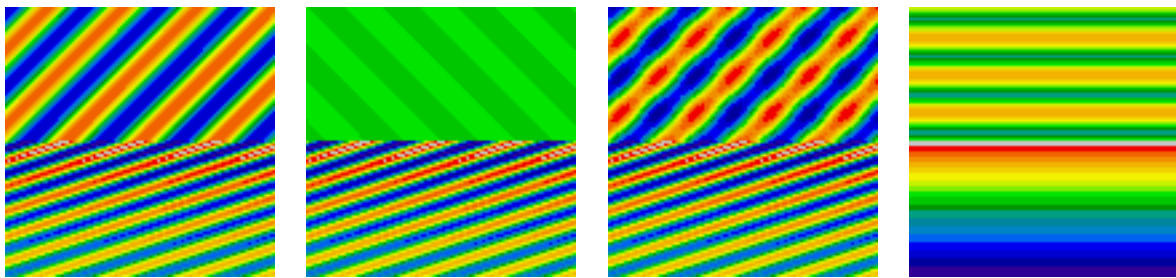
$$\begin{aligned}
 \text{領域I}(z>0) \text{で } H_z^I &= H_0 \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} - R_v^E e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] e^{-jk_1 x \sin\theta_1} \\
 E_x^I &= \eta_1 H_0 \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} + R_v^E e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] \cos\theta_1 e^{-jk_1 x \sin\theta_1} \\
 E_y^I &= \eta_1 H_0 \left[e^{+jk_1 y \cos\theta_1} - R_v^E e^{-jk_1 y \cos\theta_1} \right] \sin\theta_1 e^{-jk_1 x \sin\theta_1}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 \text{領域II}(z<0)\text{で} \quad & H_z^H = T_v^H H_0 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2} \\
 E_x^H = T_v^H \eta_2 H_0 \cos\theta_2 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2} & \quad (3.4) \\
 E_y^H = T_v^H \eta_2 H_0 \sin\theta_2 e^{+jk_2 y \cos\theta_2} e^{-jk_2 x \sin\theta_2} &
 \end{aligned}$$

この式に基づいて $t=0$ の瞬時に於ける電磁界の z 成分の実数部を絵にしたものが次の図である。等位相面の傾きが上の媒質と下の媒質で異なることが分かる。これは屈折現象を表している。また、この例では、下の媒質の誘電率が高いため、透過角は入射角より小さくなる。そして、導電率のために深くなるにしたがって、振幅が減少している。反射波に関しては、入射角と反射角が等しいこと、また、その振幅は、電界と磁界で反射係数が違うので、合成された最終的な全場のパターンに違いがあらわれている。境界で電界の z 成分は小さいが、磁界では大きくなっている。



入射波と透過波 (E_z) 反射波と透過波 (E_z) 全field (E_z) | 全field (E_z) |



入射波と透過波 (H_z) 反射波と透過波 (H_z) 全field (H_z) | 全field (E_z) |

上：自由空間，下： $\epsilon_r = 5$ ， $\sigma = 0.01$ の誘電体， $f = 1 \text{ GHz}$ ，入射角=45度

臨界角について

誘電率の大きい媒質から小さい媒質に波が入射するとき、全反射を起こすことがある。反射係数の分子において

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 \quad \text{したがって} \quad \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{k_2^2}{k_1^2} = n^2 < 1$$

$$n^2 < \sin^2 \theta_1 \text{を満たす入射角では} \quad \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} = j \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2} \quad (3.5)$$

となつて純虚数になる。その結果、反射係数は大きさが1の複素数となる。

$$R_h^E = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{\cos \theta_1 - j \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{\cos \theta_1 + j \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} = 1 \times e^{j\phi_h} \quad (3.6)$$

$$R_v^H = \frac{n^2 \cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{n^2 \cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{n^2 \cos \theta_1 - j \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{n^2 \cos \theta_1 + j \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} = 1 \times e^{j\phi_v} \quad (3.7)$$

$$\phi_h = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{\cos \theta_1} \right), \quad \phi_v = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{n^2 \cos \theta_1} \right) \quad (3.8)$$

つまり、波の大きさは不変で、位相が変化して反射することになる。このとき透過角は

$$\sin \theta_t = \frac{\sin \theta_i}{n} > 1$$

となり、これを満たす実数の角度は存在しない。このとき、**全反射**が起きる。全反射の起こる境目の入射角を**臨界角**といい、

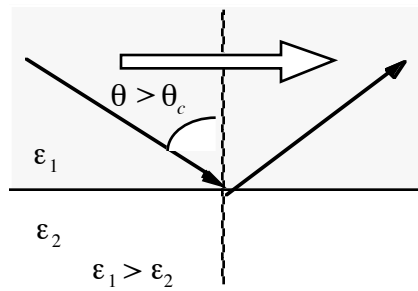
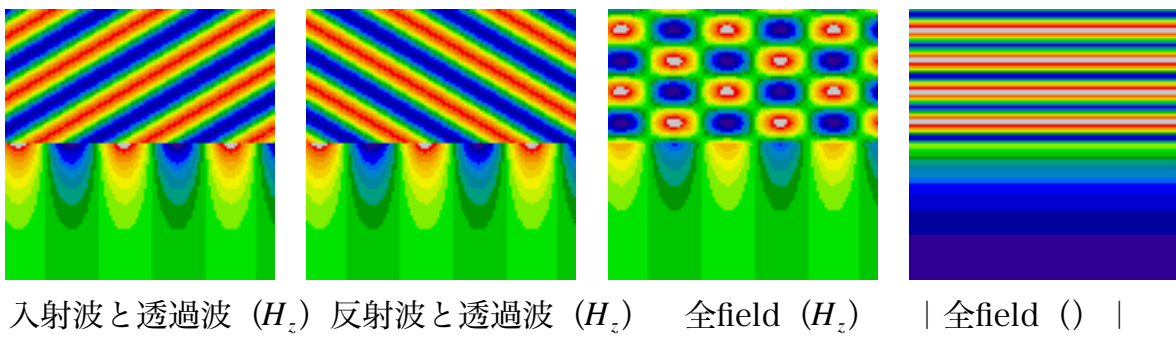
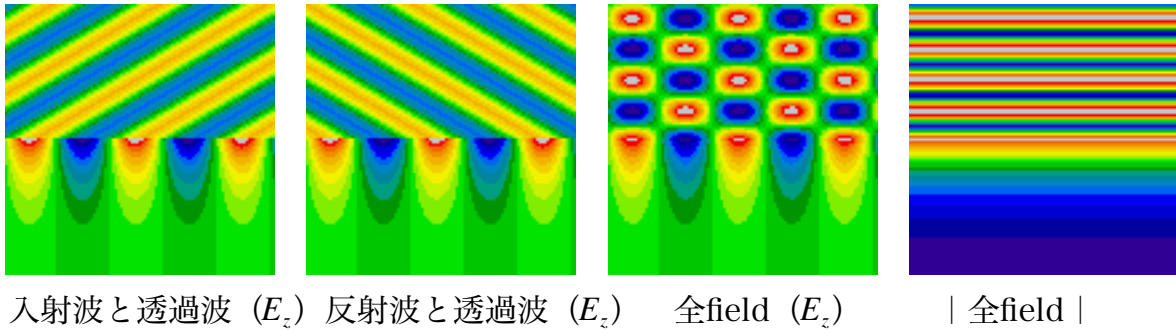
$$\sin \theta_c = n, \quad \theta_c = \sin^{-1} n \quad (3.9)$$

で与えられる。

透過場として、 y が負の領域で $\exp[-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}]$ の指数部を展開してみると

$$-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} = -j(k_{2x}x - k_{2y}y) = -jk_1x \sin \theta_1 + k_1y \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}$$

となつて、指数関数的に減少することが分かる。その等位相面は境界面に垂直であり（ x 方向）、境界面に沿って平行に移動することが分かる。エネルギーは等位相面に直交し表面付近に指数分布で局在するが、 y 方向に流れ出す電力は存在しない。このような波をevanescent波とよび、振幅が不均一な平面波として知られてる。この現象は光ファイバーの基礎となっている。



なお、媒質に損失（導電率）がある場合、誘電率、インピーダンスの表現式を複素数に拡張すればそのまま反射係数、透過係数として使うことができる。

$$\epsilon \Rightarrow \epsilon^* = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad , \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon^*}} \quad (3.10)$$