

# 創価経済論集

## 季刊

*THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. XLVII NO. 1·2·3·4/MARCH 2018*

### 福島勝彦教授退職記念号

- 福島勝彦先生の退職記念号に寄せて…………… 勘坂純市 (iii)  
 福島勝彦先生の退職記念号に寄せて…………… 栗山直樹 (v)

### 論文

- The Impact of British (Scottish) Influence of Technology and Business  
 to China and Japan after India in the Late Nineteenth Century  
 …………… Masami KITA (1)
- 枯渇性資源の採掘問題 (計算経済学の研究その 14) …………… 釜国男 (13)
- 最適成長モデルの数値解析 (計算経済学の研究その 15) …………… 釜国男 (25)
- 収量変動とコメの穀物国際価格について…………… 齋藤之美・齋藤勝宏・佐藤秀保 (39)
- Covariance Matrix of Quasi-Maximum Likelihood Estimator of ARFIMA Models  
 …………… Manabu ASAI (55)
- 近年における宗教経済学の新展開: ショートサーベイ…………… 中田大悟 (67)

The Soka Economic Association

President

Junichi KANZAKA

Editors

Konomi SAITO

Manabu ASAI

Daigo NAKATA

Hironori OTSUBO

Takayuki SAKUMA

Taeko YASUTAKE

The Soka Economic Association, affiliated to the Department of Economics, Soka University, was established in 1971. The purpose of the Association is to support and encourage research and education in Economics, Economic History, Economic Policy, Statistics, and closely related problems. The Soka Economic Studies has been published quarterly by the Association with papers mainly contributed by the faculty members of the Department. All communications relating to subscriptions and memberships should be addressed to :

The Soka Economic Association, Soka University

1-236 Tangi-machi, Hachioji, Tokyo 192-8577



福島勝彦先生



# 福島勝彦先生の退職記念号に寄せて

勘 坂 純 市\*

福島勝彦先生は、大阪大学大学院経済学研究科を修了後、1971年の創価大学開学と同時に経済学部にて講師として赴任された。その後、1975年から助教授、1983年から教授として学生の教育に取り組んでこられている。さらにその間、国際部副部長、教務部長、経済学部長、副学長補、副学長、創価女子短大学長と要職を歴任され、2015年の退職に至る44年間に亘り、経済学部のみならず創価大学、創価女子短大の発展のために力を尽くされてきた。

私事になるが、私が創価大学に奉職させていただいたのは、福島先生が経済学部長になられる前年の1994年だった。したがって、先生からは、大学教員としての基本的な姿勢を一から教えていただいた。やさしい暖かな眼で相手を包み込み、丁寧に話された一言ひとことは、いまでも大切な指針となっている。

そうしたお話の中でも感じたが、福島先生が一貫して大切にされているのは、「学生中心の大学」という創業者池田大作先生が示された理想であったと思う。かつて、福島先生は、次のように述べられた。「経済学には哲学があり、世界観があり、さらに言えばロマンがある。学生諸君にその壮大な経済学体系の世界に目を向けさせ、そこに新鮮にして深い喜びを見いださせることが、われわれの『仕事』の重要な部分でなくてはならないと考える。」（「創立30周年記念号に寄せて」『創価大学経済学部30周年記念論文集』2001年）学生中心の大学を目指し、「学生諸君にその壮大な経済学体系の世界に目を向けさせ」る経済学教育の実践は、福島先生ご自身がその範を示されてきた。今は経済学部の伝統となったゼミ対抗研究発表大会も、福島先生の発案からスタートしている。

いまでも、学生たちと経済学の「哲学」や「ロマン」を語り合っていた福島先生の姿が思い起こされる。福島先生が真摯に追及されてきた学生中心の大学建設の理想を、われわれも受け継ぎ精進してまいりたい。

---

\*創価大学経済学部長、教授



# 福島勝彦先生の退職記念号に寄せて

栗山直樹\*

僭越ではありますが、福島勝彦先生のゼミ出身として、拙文を寄せさせていただきます。

今般、誠に残念ながら、福島先生のご退職となりました。長年の大学へのご貢献に心よりの感謝の念を謹んで申し述べさせていただきます。福島先生は、創価大学の開学以来、半世紀近く教員として勤務され、今日の大学の発展に大きな貢献をされました。

福島先生は、荒川区のご出身で、立教大学をご卒業されました。学生時代は、近代経済学研究会を立ち上げられ、新しい経済学の研究を志されました。当時、近代経済学の気鋭の教授が集まっていた大阪大学の大学院で学ばれました。修士課程では、森嶋 通夫、安井 琢磨教授の下で学ばれ、博士課程では、内海 洋一教授に社会政策を学ばれました。そして、博士課程修了後、縁あって本学に赴任されました。

開学の年に結婚をされ、新しい人生が創価大学と共に始まったということです。草創期の大学で、学生と共に大学建設に身を粉にして働かれました。私は、開学後8年目に創価大学に入学し、1979年2年生のときにゼミの選考で福島先生のゼミに入れて頂きました。当時、福島先生は、英国のカンタベリーにあるケント大学に在外研究中でありました。人気ゼミでありましたが、私は何とか入れて頂きました。

3年生になり、晴れて福島ゼミが始まったとき、少しでも先生の近くで学ぼうとゼミ幹事になって出ました。英国での福祉国家論研究のお話を聞くのが何よりの楽しみでした。福島先生のゼミ室を訪れると、いつも机に向かわれる先生の後姿がありました。良いにおいのするパイプをくゆらせながら、書物を読むお姿に、学究者の理想を見て、私の憧れのロールモデルとなりました。

普段はやさしい先生でしたが、勉強の姿勢に対しては厳しく指導されました。ある朝、寝坊して先生の社会保障論の授業（100名以上の履修者）の教室に遅れて入っていき、一番前の席に座りました。先生は、「栗山君、授業に遅れてきたのは認められない。今すぐ出ていきなさい」と言われました。厳しく授業に臨む姿勢を教えていただいたことに感謝しております。

福島先生は、朝から夜まで、常に研究室におられました。いつお伺いしても温かく受け入れてくださり、いろいろなことを教えて頂きました。やがて私も学究の道を志し、大学院進学を決め

---

\*創価大学経営学部長、教授

ました。私が書いた学部生の論集の拙い文章も見て頂きました。先生は、期待の言葉をかけ続けてくださいました。

その後、私は大学院の博士課程を経て、スイスのジュネーブのILO（国際労働機関）本部事務局で研究の仕事をする事になりました。英語でペーパーを書き始め、福島先生の学恩に少しはお応えできたかなと思いついたころ、はからずも創価大学経営学部への赴任の話を頂きました。

大学に赴任してからも、何度も研究室に足を運び、種々お話をお伺いしました。先生は、すでに教務部長の要職に就かれておられました。二期 Semester 制の開始に尽力され、「これが実現できたら新聞発表ものだよ」と語られていたことをよく覚えています。経済学部長時代は、多くの同僚教員からすばらしい学部長だとよく耳にしました。

その後、副学長、そして女子短大の学長と大学の重責を果たしていかれました。

福島先生は、大学そして創立者池田大作先生に対する熱い思いを常に語られていました。創立者の精神を、いかに教育、仕事、人生に生かしていくのか、そこに創価大学の意義があるのではないかと語られていました。先生は、大学の役職をお受けになるとき、大学のためにと常に潔くお受けくださったと聞きます。

先生は、体が強いイメージがありますが、教務部長、経済学部長時代の10年あまり、実は体調はすぐれなかったと聞きます。その間、創立者から「学生のために健康を」と何回となく励ましを受けられたと伺いました。そのことを胸に刻み、短大の学長をされるときまでには、全快の体調で取り組むことができたと聞きました。

先生のお姿が大学にないのは、これほど寂しいことはありません。でも先生は、大学の近くに生まれ、いつでも大学を見守っておられます。大学の同僚や学生から慕われていた福島先生、いついつまでもご健康で、ご活躍されることを願ってやみません。先生に教えて頂いたことを受け継ぎ、これからも大切にしていきたいと思います。ぜひ今後とも引き続き、私たち後進を指導して頂きたく心より御願い申し上げます。



## 福島勝彦先生の略歴

- 1941年 東京で生まれる
- 1971年3月 大阪大学大学院経済学研究科博士課程修了
- 1971年4月 創価大学経済学部専任講師
- 1983年4月 同、教授
- 1986年6月 経済学博士号（大阪大学）取得
- 1987年4月 教務部長
- 1996年4月 経済学部長
- 2000年8月 副学長
- 2001年4月 創価女子短期大学学長
- 2009年4月 経済学部教授
- 2013年4月 同、特命教授（早期依願退職に伴う）
- 2015年3月 同、退職；創価大学名誉教授
- 2015年4月 客員教授
- 2016年3月 同、退職

## 福島勝彦先生の主要著書・主要論文

## 〈主要著書〉

『イギリスの社会保障政策〈戦後の展開〉』同文館、1983年

『社会政策論』創価大学通信教育部、2003年

## 〈主要論文〉

「イギリス二大政党の社会保障政策（その1）」『創価経済論集』第7巻2号、1977年9月

「イギリス二大政党の社会保障政策（その2）」『創価経済論集』第7巻3号、1977年12月

「1960年代のイギリス年金政策」『創価経済論集』第8巻2号、1978年9月

「戦後イギリスにおける失業保険の展開：1966～77年（その1）」『創価経済論集』（創価大学創立10周年記念論文集）第10巻2号、1981年3月

「イギリスにおける失業保険の展開：1966～77年（その2）」『創価経済論集』第11巻1号、1981年6月

「イギリスの家族手当政策：1960年代後半の展開」『創価経済論集』第11巻3号、1981年12月

「イギリス社会政策思想の転換点：スタージェス・バーン法の成立をめぐって」『創価経済論集』第24巻2号、1994年9月

# The Impact of British (Scottish) Influence of Technology and Business to China and Japan after India in the Late Nineteenth Century

Masami KITA\*

- 1) Cultural and Historical Difference between Scotland and England
- 2) The Influence of the Scottish Renaissance
- 3) Scottish Shipping to Asia in the Nineteenth Century
- 4) Scottish Approach to India and China
- 5) Scottish Influence in China
- 6) European Approach to Japan before 1858
- 7) European visitors to Japan after 1859
- 8) Scottish Contribution to the intellectual Development of Meiji Japan
  - A) The Influence of Scottish New Ethics and Philosophy on Japan
  - B) The Role of Scottish teachers in Japan
- 9) Conclusion-Some Characteristics of Scottish Diaspora in Japan

## **1) Cultural and Historical Difference between Scotland and England**

Though Scotland occupied the North part of the British Isles and had some similarities in terms of race, religion and culture since medieval period, Scotland constituted an entirely different nation.

When Queen Elizabeth I died in 1603 leaving no successor, King James VI of Scotland was invited to become the head of the English nation under the title of James I, creating a history of the Union of Crowns. However this did not herald the beginning of a real collaboration or co-operation between the two nations.<sup>1)</sup>

In 1694, the Bank of England was founded in London under a Scottish manager and soon became quite successful, branching out into the wool trade as well as trade with India through the English East India Company (EIC). On the contrary, its counterpart, the Bank of Scotland

---

\* Faculty of Economics, Soka University. This paper is presented at Monash KL seminar (Business) on 22<sup>nd</sup> March 2017. I sincerely appreciate some comments from the participants. This research was conducted on the grant of JSPS KAKENHI 22530353. (2015-2017)

established in 1695, became heavily indebted and nearly bankrupt as a consequence of the activities of the West India Company (Darien Company) in West Indies.<sup>2)</sup>

In order to maintain the very survival of the nation, Scotland was forced to accept the proposal of unification on rather unfavorable terms of one twelfth pound depreciation. In 1707, under the Union articles, Scotland was granted membership of the United Kingdom, which exempted it from the Navigation Act of 1651 and allowed it free entry into any port of the old English Empire (which then became the British Empire).

In 1715, the first Jacobite Rebellion lead by the loyalist and unsatisfied landlords to the Union of 1707, took place and the executives of the Bank unsuccessfully supported the Rebellion.

Then in 1727 the Westminster government decided to set up a most-favored bank in Scotland in cooperation with the English leaders; consequently the Royal Bank of Scotland was founded. Again the Second Jacobite Rebellion took place in 1745, both banks executives did not longer support the revolts to favour of advanced economic prosperity of the South. It means that the Lowland of Scotland more closely related to England than to the Highland of Scotland. In addition, one year after 1745, the British Line Company (constituted as a Bank) was granted the Royal charter of banking business in Scotland.<sup>3)</sup>

As the city of Glasgow found the shortest distance between the American city Boston, London lost its importance to conduct tobacco and sugar trade with America. Instead Glasgow became the important port of entry and exit. Scotland became the successful business leader of the trade was called the Tobacco Lord, becoming the leader of Scotland gaining immense fortunes in many ways.<sup>4)</sup>

The prosperity of the tobacco trade in Scotland, the introduction of new industry especially that of cotton and of linen initiated by their English favored committees of Annexed Forfeited Estates Commission and of Board of Trustees of Manufacturers and Board of Trustees for the Improvement of Agriculture and Fisheries started in 1727. And the committee suggested to revitalize her trade with the West Indies.<sup>5)</sup>

The Scottish banking practice, composed of three major Scottish bankers, initiated collaborative business transactions and practices which were different from the monopoly of Bank of England in the South.<sup>6)</sup>

## **2) The Influence of the Scottish Renaissance**

In late 18<sup>th</sup> century, the Scottish Enlightenment, supported by the laird (landlord) became the vanguard of European philosophy of humanity and which had languished since the Middle Ages. Pursuing different scholastic goals than Oxford and Cambridge of England which preferred to teach noble subjects, the four Scottish universities namely St. Andrews, Glasgow, Aberdeen and Edinburgh devoted themselves to pursuing practical and profitable activities in using their own

hands suitable for the modern world.<sup>7)</sup>

The characteristic of practical education in Scotland was rooted and symbolized into the Act of the first European compulsory education to ordinary peoples in 1496.<sup>8)</sup>

The tradition of Scottish practical education worked well with the increasing demand of engineering activities while the civil society appeared and developed.

In due course, Scottish technological education became the hallmark of education imparted at Anderson College at Glasgow founded in 1786. The College produced a number of good assistants to professional engineers who graduated mainly from Glasgow and Edinburgh universities in Scotland. Then, Anderson College (later called Strathclyde University) was also linked through Scottish engineers to the Royal Schools of Mine, Chemistry and Science in London (later called the Imperial College of Technology).<sup>9)</sup>

Between 1780 and 1815, the expansion of EIC business activity was developed beyond the business boundary of India in employing the local peoples (Lascar). In 1813, the privilege of EIC with India and in 1833 with China was abolished as free trade with Scottish traders progressed and spread.<sup>10)</sup>

A number of Scottish engineers from universities known for their scientific and technological inventions rushed to India. In fact it is said that the Industrial Revolution was achieved by the first generation of Scottish engineers in the fields of textile (linen, jute, cotton, wool), coal, iron (pig, malleable, wrought and steel) and mechanical goods (locomotive, rail and steamers), and shipbuilding. Scottish engineers who came to India belonged to the second and third generation of these engineers.<sup>11)</sup>

### **3) Scottish Shipping to Asia in Nineteenth Century**

According to the expansion of Scottish activities in the World with new knowledge and technology, owed to the great inventions of steam engines and related machines, Scottish engineers made Glasgow the capital of mechanics and shipbuilding and in the consequence of that, they contributed to launch many shipping companies in the world market.<sup>12)</sup>

In fact, Scottish shipping to India and China was accorded with the expansion of Glasgow and Scottish business interests. In particular, after the victory of Calcutta, British India strongly wanted to invite the steam navigation company to control the sea routes and protect trade against natural upheavals such as sea tides and strong wind. Scottish rivals in Bombay which were related to old partners favored the big and conventional sailing vessels.

With the abolition of Navigation Act after the 1<sup>st</sup> Opium War, American clippers joined the competition of tea trade between India and London and regularly crossed the Pacific. Although Scottish shipbuilders used her advanced naval technology to build worldly renowned beautiful and

high speed clippers such as *Stornoway*, *Chrysolite*, *Cutty Sark* navigate the oceans before the era of steamship navigation, the age of clipper was short and transient.<sup>13)</sup>

Then during the transient time from wood and sailing to iron and steam engine, in Asian waters, the competition between Scottish steamers and American paddle steamers (Russell & Co, Augstine Hard, Oliphant & Co) was rather fierce.<sup>14)</sup>

When the initiation of steamship navigation, there were several British (Scottish) shipping companies in the Asian sea, like British India Steam Navigation Co., Peninsular & Oriental Navigation Co., Anchor Line, T. Isamay & Co, Messrs. Sloaman & Co, Hamburg, New Zealand Shipping Co, Clan Line (Cayser Irvine Co), Maclay & McIntyre Co, Furness Witny Co and Elder Demster Co. These ships mostly built mostly at shipbuilders of Glasgow and West of Scotland with highly advanced rigs.<sup>15)</sup>

As one of the important element to help the international expansion of Scottish peoples, they had the tradition of working abroad in Europe since the medieval time through the mercenary and business activity to improve their lives. They were then able to establish their own network to help each other often termed as Scottish outer nepotism.<sup>16)</sup>

In the nineteenth century, Scottish network were almost worldwide and Scottish diplomatic network was made through Lord Gordon who became Minister of Foreign Affairs in 1824 & 1841 and later PM in 1852 and who appointed many his friends to the foreign service to the new frontier of British Empire.

In fact, the 8th Lord Elgin, James Bruce was posted to China, where his brother Frederic was the first British Ambassador, to consult the Arrow Incident and was ordered to go to Japan immediately after the rumor of American and Japan trade treaty by Townsend Harris.

There were a number of international navigation companies in Asian sea because the western powers in the late 19th century, sent their national shipping companies with their expectation of new business opportunity. Among them, there were British companies of P&O, B. I., Anchor Ismay, Allan Shipping, Holt, Clan Shipping & Blue Funnel Line and French Messageries Maritimes, Dutch Netherland & S. S., German, Hamburg American Line and America, Swire Navigation Co.<sup>17)</sup>

#### 4) Scottish Approach to India and China

Scottish traders actively approached China coast to take part in the lucrative trade as the vanguard of British capitalism. In 1832, J&M (Jardine & Matheson) Co started an office at Guangzhou for the opium trade after the defeat by Jewish, D. Sassoon at Bombay. Then, in 1833, Monopoly of EIC trade with China was abolished to offer the many individual traders to join such a profitable trade.

In 1840, the 1st opium war was taken place and after suppression of the revolt in 1843 at

Shanghai, three British Consulates, Shanghai, Xiamen, Guangdong were established. Scottish merchants, J&M, Mata Gibb, Livingston, also started their own business branches there. In next year, America & France signed the treaty of commerce with China to participate in the business activities at Shanghai.<sup>18)</sup>

In 1845, the First Shanghai Land Act of twenty-three articles was passed and in next year, the Committee on Road & Jetties (G. Wolcott of Russell Co for American Consul, Alcock for that of UK) was founded. In 1847, Oriental Bank set up her branch and Anglican Church & Society of Jesus established her station at Shanghai.

In 1849, French territory of the land was also formed and In next year, P&O initiated the navigation route to Shanghai and then, many merchants and businessmen quickly visited Shanghai and proceeded to enter into the inland part of China along the big rivers.<sup>19)</sup>

In accordance with the construction of civil society at Shanghai, the first English newspaper of *North Herald China* (later to be *North China Daily* in 1864) was started to provide news and information among Western peoples of Shanghai. But the reaction against the Western aggressive invasion to China was happened in the form of the revolt at Shanghai in 1851. After the suppression of the first Taiping Rebellion, in March 1853, the Germans started a consular house. In April, J. Perry Commodore of American East India Co. started Singapore via Shanghai for Japan.

In June 1854 UK, America and France signed the custom treaty with China and adopted the second Land Act of Shanghai. They also launched the Bureau of Public Work as its administrative function. In February 1855, Parks accompanied Sir Bowling to Siam to sign the treaty in next year. Scottish businessman H. N. Lay initiated a tax office and engineer W. Willis built the first wooden Western bridge in Shanghai.<sup>20)</sup>

In January 1858, European Committee was launched under the chairman of Parks and in November, trade agreement of custom among three nations with China was ruled, in December of the year, R. Alcock was appointed to General Consul of Japan (in June next year, he entered Nagasaki & Edo).<sup>21)</sup>

In January 1859, Parks was appointed Consul at Shanghai and In June, American Minister of Harris moved from Shanghai to Nagasaki. In September, Scottish merchant T. B. Glover firstly reached Nagasaki as an agent to Mackenzie Co. and later became an agent of J&M. It is noteworthy of the Japanese translation of *General Geography* written by W. Muirhead well known Scottish philosopher was published.<sup>22)</sup>

In July 1860, the treaty of Arrow Incident, China admitted Christianity and foreign diplomat was allowed to stay at Peijin and added the number of trade ports, In October, French Comptoir d'Escompte de Paris founded. British and American missionaries started some colleges, hospitals and printing houses at various places. W. Saunders arrived to set up the first studio of photography

at Shanghai (he died at Yokohama in 1893). In 1861, W. L. Wood & Y. J. Allen launched the *New Shanghai Weekly Journal*.<sup>23)</sup>

In addition, many firms like cotton spinning and mechanical engineering were established as branch of industrial giants of Glasgow, Liverpool and Manchester.<sup>24)</sup>

### 5) Scottish Influence in China

In 1862, the second revolt was taken place to attack the Shanghai foreign settlement, Consequently, British and American united to make a common territory and ameliorated the road system of Shanghai against the rebellion. American Russell & Co launched the first local line of Shanghai Steam Navigation Co.

It happened that the Japanese visit to Shanghai from 6th May to 5th July of this year, by *Senzai-Maru*, Tomoatsu Godai, Kuranosuke Nakamuda and Ryoma Sakamoto visited Shanghai to look around the modern society under the Western Influence.

In 1864 March, British merchant launched Shanghai gas co and Royal Mint at Hong Kong which was closed to be sold to Japan in 1868.<sup>25)</sup>

In 1865 April, Hong Kong Shanghai Banking Co started her Shanghai branch. August, first post office and Gas lights were made at Shanghai In 1866 January, German Club of Shanghai was organized, August, Gass Light was also introduced to French quarter. October, Russell & Co established first telegraph office, French built a dockyard at Fuzhou.<sup>26)</sup>

American big rush to China was followed again after the end of her Civil War and in 1867 October, Pacific Mail between Shanghai and San Francisco was initiated. In 1868 June, British Butterfield & Swire Co opened her Shanghai branch. and because of the business demand, many banks of Scottish origin, Chartered Bank of India, Australia & China, Chartered Mercantile Bank of India, London & China, Oriental Banking Cooperation opened their branch and a French banking of Comptoir d'Escompte de Paris also started there.<sup>27)</sup>

In 1869 April, committee of UK, America & German consuls agreed to make a rule at Shanghai foreign settlement. In November of the year, F. Lay succeeded in providing 1 million pounds at Shanghai for Yokohama Shokin Bank which was designed by Scottish engineer, J. Robertson. in 1870. In 1871 the cable line between Hong Kong and Shanghai was made to connect the line finally to London.

### 6) European Approach to Japan before 1858

Western (British, Scottish) peoples worked abroad and emigrated to new promissory land of the world with new technology through three major industrial progress and expansion of railway, steamer and telegraph. In terms of telegraph, there were three routes, firstly through Siberia via



North Europe, secondly India and China and thirdly America and Pacific Ocean.<sup>28)</sup>

In February 1854, Perry entered Edo Bay and signed the Kanagawa Amicable Treaty. At that time, American Presbytery D. M. McCartee was asked to go to Japan. Then, in next year, J. L. Nevius to China and Hepburn to Japan as assistant were appointed.

In October of the year, Anglo-Japan Amicable Treaty was agreed and Hakodate Bugyo (director) was posted to deal with visitors from foreign country Western approach was made mostly to Hakodate of Hokkaido and Nagasaki of Kuyushu.<sup>29)</sup>

In 1855 February, Russo-Japanese Amicable Treaty was signed and in March, two British ships entered Hakodate when Japanese father and son of Tsuzuki tried to build a copy of small Western ship at Hakodate only by themselves. On the other hand, the old regime of Tokugawa government invited Dutch Navy officer, G. Fabius to build an ironwork factory to prepare the iron ship construction at Nagasaki.

In 1856 January, Dutch-Japanese Amicable Treaty, February Institute of foreign studies was started at Hakodate, July at Hakodate, foreign ship was allowed to get beef meat only at Hakodate, where N. Muragaki was appointed to the Marshall and American General Consul, Harris arrived at Shimoda. Foreign studies institute was made at Edo.<sup>30)</sup>

In 1857 September, under the agreement, Dutch naval engineer, W. J. C. Kattendijke & doctor Pompe van Meerdervoort arrived at Nagasaki to foster young Japanese engineers and doctors. In April the same year, E. E. Rice, American Trade Commissioner arrived at Hakodate and taught Japanese, English and sheep breeding, in July Tuzuki built a Western ship, *Hakodate-Maru*, helped by U. Fukushi who learned a rig from British sailor, October M. Nakamura, ex-fisherman of Kouchi who had been distressed by American ship and was permitted to return home after the Meiji Reformation, visited Hakodate to teach a method of whale catching which he had learned while in America.<sup>31)</sup>

## **7) European Visitors to Japan After 1859**

In 1858 February, American surgeon, C. M. Harts arrived at Hakodate to hand the letter from American President and in July America and Japan Amity Trade Treaty was made and in August, three nations of Dutch, UK, Russia and in October, French followed to sign the same sort of the treaty.<sup>32)</sup>

Scottish diplomat, 8<sup>th</sup> Lord Elgin (James Bruce) on behalf of UK came to sign the treaty on the ship navigated by Cap. G. Osborn to present the yacht under the name of Emperor and he accompanied Scottish fellows, secretary L. Oliphant, photographer J. Noslin. Then in December of the same year British first consul to Nagasaki, G. S. Morrison, to Hakodate, Hodgeson, to Kanagawa Cap. H. Vyse, were posted. French used staffs of Dent company to foreign service in Japan, for

example, Scottish K. R. Mackenzie to Nagasaki.

Scottish traders and businessmen were very smart to come to Japan soon after Japan open up the nation, as they mostly in comparatively short distance, moved from Hong Kong, and Shanghai, because they could enjoyed the exclusive privilege of the exchange favorably for them in using Mexican dollar against Ichibugin (Japanese silver coinage) and Ichiryō (gold coinage) of Japan in those days.<sup>33)</sup>

There were a number of British (Scottish) companies to Yokohama like Dent & Co, Fletcher & Co, D. Sasson & Co, which moved from Shanghai, G. Barnett & Co, Adamson & Co and from other areas, like Macpherson & Marshall, W. Kemptner, Ross, Barber & Co, H. J. Hooper, Aspinall, Cornes & Co, Hughes, Willgos & Co. Those merchant houses dealt with the import of cotton, textile, sugar and oil and the export of gold and silver coinages, copper, silk, tea, sea-weeds for Japan.

A very good number of Scottish peoples visited Japan in the end of Tokugawa and early Meiji periods. Among them, famous peoples were W. Keswick, grandson of the founder of J. & M. to China in 1855 and then to Nagasaki & Yokohama after Japan opened. A. A. Shand, clerk of Chartered Mercantile Bank of India, London & China at Yokohama and worked for the establishment of Bank of Japan and fostered many Japanese youth to bank clerks. R. H. Brunton who became the first foreign employee by Meiji Government in 1868 came from R. Stevenson Co at Edinburgh to construct lighthouses around Japan. A. R. Brown, a captain of P&O, firstly helped Brunton in navigation and secondly founded N. Y. K. Japanese navigation Co which was originally Mitsubishi Steamer Co. and on his return to Glasgow, he set up the a merchant house of maritime goods. Brown was appointed to be the consul for Japan at Glasgow. In 1883 when he returned UK. F. Elgar being invited to Japan in 1873 to build dockyards and ports, returned to be the first professor of naval architecture at Glasgow university.<sup>34)</sup>

## **8) Scottish Contribution to the Intellectual Development of Meiji Japan**

### **A) The Influence of New Scottish Ethics and Philosophy on Japan**

The introduction of new ethics (Ideology of Engineers) to change feudalistic idea to the new spirit of working hard and diligently to build a modern nation enough to be called the Britain of the East.<sup>35)</sup>

Many books of Scottish teachers were translated into Japanese, which encouraged to make peoples understand the concept of Western civil society. Aoki Shusuke of Choshu clan translated the book of W. Muirhead, M. Nakamura for the book of S. Smiles, T. Hayashi for the book of J. S. Mill and the book of *the Wealth of Nations* by A. Smith as well. Those books of Scottish thinkers and engineers gave a big influence to Japanese youth of the outline of Western civilization. Then, the ideology of engineers, namely that engineer should be granted for the fourth modern profession

in next to lawyer, medical doctor and priest already admitted in the medieval time, was socially enhanced.<sup>36)</sup>

A Scottish railway engineer E. Morel who came through the works at India, proposed the government to launch the Ministry of Public Work so as to promote the Industrialization of Japan. He invited engineers of J. England, H. Houghton, R. Abbey & T. Shann. In addition, W. Cargill, manager of Oriental Bank, worked for raising foreign bonds for railways in Japan.<sup>37)</sup>

This idea of the Ministry was based on the success of Bureau of Public Works at Hong Kong. Then, he suggested the Meiji government to promote the total scope of social development of Japan to break through the old ethics of feudal society with the Scottish ethics which was rooted into the ideology of Scottish Renaissance.

There a number of British (Scottish) teachers to higher institutions of Japan, like H. Dyer, the father of technological education in Japan, W. Burton who was invited by Ministry of Home Affair and contributed to development of sanitary fields of Japan. W. Anderson, Director of Medical bureau of Navy College in Japan. B. H. Chamberlain, came to Japan as telegraph engineer and with W. B. Mason, published a handbook of travelers in Japan. H. J. Black and his father J. R. Black started the *Japan Herald* in the end of Edo era. He became the first Western comedian at Kobe.

It is another very interesting for us to know a number of American engineer and missionary rooted in to the Scottish origin. These peoples like J. C. Hepburn, priest of American Dutch Reformed Church, Princeton University graduate, whose father was from Bothwell and Presbyterian. E. Dunn, arrived to Hokkaido in 1873 to be called the Father of Dairy business in Japan, whose grandfather from Edinburgh. W. S. Clark, most famous foreigner in Japan to teach Sapporo Agricultural College, who studied at Freiburg School of Mine and Gottingen before Japan.<sup>38)</sup>

A number of Scottish American Missionaries related with American Presbytery and Dutch Reformed Church came to Japan and moved further to Korea and China.<sup>39)</sup>

## **B) The Role of Scottish Teachers in Japan**

The root of British teachers to Modern Japan was mainly from Scottish universities of Glasgow and Edinburgh based on the basic education at Anderson College (now, Strathclyde University) and English institutions influenced by Scottish technological education. Scottish teachers to Kobudaigakko, Kaisei School, Imperial & Tokyo University.

- ① Glasgow University was concerned, there were H. Dyer (Principal, Civil Engineering), W. G. Dixon (English Literature), T. Gray (Telegraphy), T. W. Watson (Engineering), T. Alexander (Mechanical Engineering), A. Hillhouse (Naval Architecture), J. Struthers (Chemistry), J.

Perry (Civil Engineering), W. E. Ayrton (Telegraphy).

- ② Edinburgh University was concerned, there were D. H. Marshall (Telegraphy), J. A. Ewing (Engineering), C. G. Knott (Physics), J. M. Dixson (English), W. Renwick (Mint). Interesting enough, Scottish Missionaries & Doctors, H. McGill, Church of Scotland at Edinburgh, was concerned with Japan and raised a fund of 9000 pounds in 1872 to send Rev. H. Waddell (from China), Rev. R. Y. Davidson & Dr. H. Faulds (EU Medical graduate, discovery of finger print), T. A. Palm (from Sri-Lanka) Dr. Neil G. Munroe, EUM graduate, came to Japan in 1862 launched Yokohama hospital, Sanatorium at Karuizawa & moved to Hokkaido to study and preserve the Ainu culture.
- ③ London Schools of Mine, Chemistry & Science (Imperial College of Technology) was concerned, there were W. Gowland & E. Dillon (Mint), E. F. Mody (Drawing), E. Divers (Chemistry), J. Mine (Telegraphy, via GU) and
- ④ University College, London was concerned, there were J. Condee (Architecture), R. W. Aitkinson (Chemistry), J. E. Manning & P. William (Railway).<sup>40)</sup>

## 9) Conclusion: Some Characteristics of the Scottish Diaspora in Japan

In Japan until recently, Japanese historians worked on Meiji Japan using only the historical documents available in Japan. In the 1860's though Japan was supposedly isolated from the rest of the world and limited only to the Far East, it nevertheless was related with the world economy and politics. There were many documents written on Japan by non-Japanese visiting scholars which were now possible to access. To the Japanese all westerners were pejoratively called Ketou. Most Japanese were unable to distinguish the British from other European peoples.

Any discussion about the Scottish diaspora must also take into account the recent studies defining the concept of the European Diaspora and how it is different from the old definition of the Jewish and the Armenian diasporas. Many Scottish scholars prefer to use the term Scottish Diaspora to refer to both the Scottish diaspora in the World and also in Asia.

The paper argues that the movement from 1830 to 1870 laid the foundation of modern social and economic relations between the western and Asian countries through business enterprise and education.

In my conclusion, I wish to reiterate five major characteristics of the Scottish Diaspora that developed in Asia and Japan. They are the following:

- Firstly, a network of Scottish diplomats, merchants, engineers, teachers and missionaries developed throughout Asia, and this network was founded on an intelligent fusion of science and information.

- Secondly, an efficient organization of sending emigrants and receiving immigrants from other places developed as a consequence of historical experience since the medieval times and in particular, after the Jacobite Rebellion of 1715 and 1745.
- Thirdly, a tradition of practical engineering skills and philosophy and a balanced development of the individual in society gradually grew to encourage trade and commerce.
- Fourthly, the development of the locomotive, railway, mechanical engineering and steamer as the quintessence of the Industrial Revolution and fifthly, the growth of cultural pride, international tolerance.

## Reference

- 1) C. A. Whatley, *The Scots and the Union*, Edinburgh University Press, 2006. p.1022. : M. Fry, *The Union, England, Scotland Treaty of 1707*, Birlinn Edinburgh, 2007. pp.251-294.
- 2) H. Hamilton, *The Industrial Revolution in Scotland*, Frank Cass & Co., London, 1966. pp.254-236.
- 3) C. A. Malcolm, *The History of the British Linen Bank*, privately printed by T. A. Constable Ltd, Edinburgh, 1950. pp.1-11.
- 4) N. Nichol, *Glasgow & the Tobacco Lords*, Longman, 1966. pp.31-42.
- 5) H. Hamilton, *An Economic History of Scotland*, Clarendon Press, Oxford, 1963. pp.131-140.
- 6) S. G. Checkland, *Scottish Banking, A History, 1695-1973*, Collins, Glasgow, 1975. pp.463-4554.
- 7) N. T. Phillipson and R. Mitchison ed, *Scotland in the Age of Improvement*, Essays in Scottish History in the Eighteenth Century, Edinburgh Univ. Press, 1970. pp.107-124, 148-168, 169-199.
- 8) I. Findlay, *Education in Scotland*, David & Charles, Newton Abbot, 1973, p.10.
- 9) J. Muir, *John Anderson, Pioneer of Technical Education and the College He Founded*, J. Smith & Sons, Glasgow, 1950. pp.116-120. : M. Kita, *Kokusai Nippon wo hiraita hitobito* (Scottish contribution to Modern Japan), Doubunkan, 1987, p.115.
- 10) P. Napier, *Barbarian Eye, Lord Napier in China, 1834*, The Prelude to Hong Kong, Brassey's, London, 1995, pp.54, 64-67, 90-95. : J. Kay, *The Honourable Company, A History of The English East India Company*, Harper Collins, London, 1993. pp.421-442.
- 11) G. Donaldson, *The Scots Overseas*, Robert Hale, London. 1966. pp.11-22, 33-46. : R. A. Cage, *The Scots Abroad: Labour, Capital and Enterprise, 1750-1914*, Croom Helm, London, 1985. pp.45-54.
- 12) C. E. Fayle, *A Short History of the World's Shipping Industry*, G. Allen & Unwin, London, 1934. pp.118-137, 253-270. : P. L. Payne, *British Entrepreneurship in the Nineteenth Century*, Macmillan, London, 1974. pp.19, 60.
- 13) J. Hewitson, *The Scots at Sea, Celebrating Scotland's Maritime History*, Saint Andrew Press, Edinburgh, 2004. pp.40-42.
- 14) J. K. Morrison, *History of American Steam Navigation*, New York, 1903. pp.508-512. : G. H. Preble, *History of Steam Navigation*, Philadelphia, 1883. pp.129-130.
- 15) A. J. S. Paterson, *The Golden Years of the Clyde Steamers, 1889-1914*, David & Charles, Newton Abbot, 1969. pp.21, 26, 29.
- 16) J. Hunter, *Scottish Exodus, Travels Among a Worldwide Clan*, Mainstream Publishing, Edinburgh, 2005. p.14 : K. kay, *The Scottish World, A Journey into the Scottish Diaspora*, Mainstream Publishing, Edinburgh, 2006. pp.12-15.
- 17) M. Kita, 'The Western Influence to Asia & Pacific Area in 19th Century', in *Soka Economic Studies Quarterly*, Vol 32. 2003, pp.20-25. : E. W. Wright ed, *Lewis and Dryden's Marine History of the Pacific Northwest*, Portland, Oregon, 1895. p.44.
- 18) G. B. Endacott, *A History of Hong Kong*, Oxford Univ. Press, London, 1958. pp.64-78.
- 19) D. & S. Howarth, *The Story of P&O*, The Peninsular and Oriental Steam Navigation Company, Rev. ed. Weidenfeld & Nicolson, London, 1994. pp.37-46.
- 20) D. Faure ed, *Society, A Documentary History of Hong Kong*, HKU Press, 1997. p.1.

- 21) H. Kawasaki, *Bakumatsu no Chuunichi Gaikoukan to Ryojikan* (Foreign diplomats in the end of feudal Japan) Yushodo, 1988. pp.21, 25, 32-38.
- 22) M. Kita, *Sukottorando Iminshi Kenkyu* (Historical Studies of Scottish Emigration), Ochanomizu Shobo, 1998. p.232.
- 23) D. A. Bruce, *The Mark of the Scots*, Citadel Press, NY. 1998. pp.107, 108.
- 24) M. Moss & J. R. Hume, *Workshop of the British Empire*, Engineering and Shipbuilding in the West of Scotland, Heinemann, London, 1977. pp.3-9.
- 25) K. Imazu, *Kindai Nippon no Gijyututeki Jixyouken* (Technological Condition of Modern Japan), Yanagihara Syoten, 1989. pp.170-182, 190-194,
- 26) Yokohama-Shanghai *Kaiko Shiryoukan, Yokohama to Syanghai* (Comparative Studies of Yokohama and Shanghai) 1995、 pp.75-101, 169-172, 307-340.
- 27) K. Tatewaki, *Zainichi Gaikoku Ginko Shi* (History of Banks in early Japan), Nipponkeizai Hyoronsha, 1987. pp.13-49.
- 28) K. Ishii, *Kindai Nippon Kinyuushi Jyosetsu* (Introduction to Monetary History of Modern Japan), Tokyo Univ. Press, 1999, pp.233-262.
- 29) O. Checkland, *Britain's Encounter with Meiji Japan*, 1868-1912, Macmillan, 1998. pp.1-18.
- 30) R. Sudo, *Hakodate no Rekishi (History of Hakodate)*, Toyo Shobo, 1981. pp.98-129.
- 31) M. Tada translated, *Hodison's Nagasaki Hakodate Taizaiki* (C. P. Hodgson), *A Residence at Nagasaki and Hakodate in 1859-1860*, Richard Bentley, London, 1861. pp.97-122.
- 32) H. Oyama, *Kyu-Gyoyaku Sitaniokeru KiichiKikono Kenkyu (Studies of Port andMarket of Japan under the Old Treaty)*, Ootorishobo, 1988, pp.43-82.
- 33) K. Ishii, *Kindai Nippon to Igrisu Shihon (Modern Japan and British Capital, through J & M in Japan)* Tokyo Uni. Press. 1984, pp.99-110.
- 34) M. Kita, *Kokusai Nippon Wo Hiraita Hitobito (Scottish peoples who contributed to Modernization and Industrialization of Meiji Japan)*, Doubunkan, 1984. pp.3-10.
- 35) H. Dyer, *Dai Nippon, the Britain of the East*, Blackie & Son, Glasgow, 1904, pp.vii-x.
- 36) H. Dyer, *The Foundation of Social Politics*, David Bryce & Son, Glasgow, 1899. pp13-23 : Ditto, *The Influence of Modern Industry on Social and Economic Conditions*, Manchester Co-Operative Printing Society Ltd. 1892. p.5.
- 37) N. Yamada, *Oyatoi Gaikokujin 4, Kotsu (Foreign Employee to Meiji Japan in terms of Traffic and Transport)*, Kashima Publishing, 1978. pp.8-12, 161, 162, 177, 178.
- 38) K. Harada, *Oyatoi Gaikokujin 13 kataku (Foreign Employee to Meiji Japan interms of Exploitation)*, kashima Publishing, 1975. pp.56, 199, 200-203.
- 39) K. Nakajima and others ed, *Chouro, kaikaku Kiyokai, Rainichi Senkyoshi Jiten (Dictionary of Presbytery and Reformed Church)*, Shinkyō Syuppan, 2003, pp.11, 120, 151, 167, 187, 265-308.
- 40) M. kita, 'The headmaster of Kobudaigakko, Henry Dyer' in *Za Oyatoi (The ForeignEmployee in Meiji Japan)* ed by N. Umetai, Shibunkaku, Kyoto, 1987, pp.292-313.

# 枯渇性資源の採掘問題 (計算経済学の研究その14) Extraction of Exhaustible Resources

釜 国男\*  
Kunio KAMA

## 1. はじめに

1972年に発表されたローマ・クラブ『成長の限界』は天然資源の枯渇問題に警鐘を鳴らして注目されたが、幸いその悲観的な予想は実現していない。しかし資源問題が解決したわけではない。技術の進歩で一時的に埋蔵量が増えても、遅かれ早かれ資源が枯渇するのは避けられないであろう。自然環境保護や持続可能な開発にも、限られた資源の有効利用が前提となる。枯渇性資源の問題を最初に取り上げたのは、アメリカの経済学者ハロルド・ホテリングである。ホテリングは1931年の古典的論文で、資源の最適採掘問題を論じた。その後ダスグプタとヒール(1974)は、資源の生産要素としての側面を強調したモデルを分析した。資源問題は異なる世代間の利害が対立する問題でもある。ある世代が資源を採掘すると、将来世代に残された資源は減少する。資源をめぐる最近の研究では、こうした世代間の衡平性の問題が取り上げられている。

資源に関する従来モデルは、同質的企業を仮定している<sup>1)</sup>。同質的企業を仮定すれば、経済学の既存の方法で分析できるからである。しかし現実の資源市場には規模や国籍の異なる多くの企業が参加している。例えば、石油市場ではメジャーから小規模企業までさまざまな規模の企業が取引を行っている。このような市場を分析するには、異質的企業を仮定したモデルが必要である。しかしおそらく技術的な理由から、これまで同質的企業のモデルが使われてきた。マクロ経済学では、1990年代にAiyagari(1994)、Huggett(1993)、Krusell=Smith(1998)などの異質的主体のモデルが現われた。資産や所得の分布を分析するには、代表的主体のモデルには限界があると考えられたからである<sup>2)</sup>。これらは離散時間のモデルであるが、厳密な議論を行うには連続時間のモデルが望ましい。そのためにはフランスで開発された平均場ゲーム理論が有効である。これは微分ゲームの研究から生まれた理論であるが、いまではほかの多くの問題に応用されている。ここでは枯渇性資源の問題に応用する。最初に不確実性のない完全競争のケースについて検討する。この場合、資源の採掘量はいったん増加したあと減少する、独特のパターンに従う。次に資源量が確率的に変化するケースを取り上げる。確定的なケースは最大値原理を適用できるが、確

---

\* 創価大学経済学部、教授

率的なケースは平均場ゲーム理論を用いる。数値計算によって均衡価格と生産量を求めた。この場合も生産量は数十年でピークアウトし、価格は一貫して上昇する。最後に、一つの企業が資源を独占するケースについて考察する。

## 2. 確定的モデル

### 2.1 モデルの構造

はじめに、不確実性のない完全競争のケースについて検討しよう。企業数は参入退出によって長期的に変化するが、短期的には一定と仮定してもかまわない。各企業は資源を保有し、ある時点における経済全体の資源の分布を  $g(S)$  で表す。 $S$  は資源の埋蔵量で

$$\int_0^{\infty} g(S) dS = 1$$

を満たす。資源の採掘量を  $q(t) \geq 0$  とすると、 $dS(t) = -q(t) dt$  となる。採掘によって埋蔵量は減少して、最終的にゼロとなる。採掘量の決定にあたって、企業は利潤の現在価値を最大化する。

$$\begin{aligned} \max_{q(t)} \int_0^{\infty} [p(t)q(t) - C(q(t))] e^{-\rho t} dt \\ \text{s.t.} \quad \int_0^{\infty} q(t) dt = S \end{aligned} \quad (1)$$

ここで  $C(q(t))$  は採掘費用を表し、 $\rho > 0$  は割引率である。資源の価格  $p(t)$  は資源に対する需要と供給の関係で決まる。市場の需要関数を  $D(t, p(t))$  と表す。需要量は価格の関数であり、需要関数は時間とともにシフトする。すべての企業の生産量を合計して総供給を求める。上の問題に対してつぎのハミルトン関数を定義する。

$$H(t, q, \lambda) = [p(t)q(t) - C(q(t))] e^{-\rho t} - \lambda q(t)$$

ただし

$$\lambda \geq 0, \quad \lambda \left( S - \int_0^{\infty} q(t) dt \right) = 0$$

である。利潤最大化の条件は

$$\partial H / \partial q = [p(t) - C'(q(t))] e^{-\rho t} - \lambda = 0$$

$$\dot{\lambda} = -\partial H / \partial S$$

である。ここで  $\lambda$  は共役状態変数であり

$$p(t) - C'(q(t)) = \lambda e^{\rho t} \quad (2)$$

$$\lambda = \lambda(S) \quad (3)$$

となる<sup>3)</sup>。枯渇性資源の場合、価格と限界費用は等しくない。つまり価格は限界費用より希少資源のレントを表す  $\lambda e^{\rho t}$  だけ高くなる (ホテリング・ルール)。しかも両者の差は時間とともに拡大する。レントが発生するのは、現在資源を使うと将来利用可能な資源が減少するからである。 $\lambda'(S) < 0$  であり、資源に余裕があればレントは低くなる。市場均衡条件は



$$D(t, p(t)) = \int_0^{\infty} q(t, S)g(S)dS \quad (4)$$

$$q(t, S) = (C')^{-1}[p(t) - \lambda(S)e^{\mu t}] \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} q(t, S)dt = S \quad (6)$$

である。(4)の左辺は市場全体の需要量で、右辺は総供給を表す。(5)は企業の生産量を表し、 $(C')^{-1}$ は $C'(q(t))$ の逆関数である。適当な条件のもとで、(4)-(6)を満たす $p(t)$ 、 $q(t, S)$ 、 $\lambda(S)$ が存在する。しかし均衡価格や生産量を解析的な方法で求めることはできない。かわりに数値計算を行って近似解を求める。

つぎの費用関数と需要関数を仮定しよう<sup>4)</sup>。

$$C(q) = aq + \frac{b}{2}q^2 \quad (a, b > 0)$$

$$D(t, p) = \frac{He^{\mu t}}{p^\alpha} \quad (\alpha, H > 0)$$

需要の価格弾力性は一定で、需要量は每期 $\mu$ の割合で増加する。(5)から生産量は

$$q(t, S) = \frac{[p(t) - a - \lambda(S)e^{\mu t}]}{b} \quad (7)$$

で与えられる。これを(6)に代入すると

$$\frac{1}{b} \int_0^{\infty} [p(t) - a - \lambda(S)e^{\mu t}] dt = S$$

が成り立つ。(7)によると、企業の生産量は二つの要因によって決まる。一つは価格で、価格が上昇すると生産量は増加する。もう一つは希少レントで、レントが高くなると生産量は減少する。どちらの要因が強く作用するかで、二つのパターンが生じる。一つは生産量が時間とともに単調に減少するパターンである。もう一つは生産量がしばらく増加して、途中から減少するパターンである。どちらのパターンとなるかは、パラメータの値によって決まる。(4)から均衡価格は

$$p(t) = \left[ \frac{He^{\mu t}}{\int q(t, S)g(S)dS} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (8)$$

となる。埋蔵量が少なくなると、生産量は減少して価格は上昇する。実際には採算のとれなかった油田の開発で生産量が増大し、価格上昇に歯止めがかかる可能性が高い。

## 2.2 数値解

つぎにモデルの数値解を求めよう。差分法が標準的な方法であるが、ここでは価格調整を模した別の方法を使った。つまり総需要が総供給を上回ると価格を引き上げ、逆の場合は価格を引き下げる。また生産量が埋蔵量を上回るとレントを引き上げ、下回るとレントを引き下げる。具体的に説明すると、最初に  $p(t)$  と  $\lambda(S)$  に初期値を与えて、 $q(t, S)$  を計算する。次に超過需要を求めて価格を調整する。同時に生産量と埋蔵量を比較してレントを変更する。つづいて新しい価格とレントから生産量を求めて、価格とレントを調整する。このような計算を繰り返して均衡価格とレントを決定する。これを式で表すと

$$\begin{aligned} \Delta p(t, s) &= \Delta s \left[ D(t, p(t, s)) - \int q(t, S, s) g(S) dS \right] \\ \Delta \lambda(S, s) &= \Delta s \left[ \int_0^{\infty} q(t, S, s) dt - S \right] \\ q(t, S, s) &= \frac{[p(t, s) - a - \lambda(S, s)e^{\rho t}]}{b} \end{aligned} \quad (9)$$

精度と計算時間を考慮して、 $\Delta s=0.01$  とした。費用関数と需要関数の係数は  $a=10$ ,  $b=120$ ,  $H=40$ ,  $\mu=0.03$ ,  $\alpha=1.3$  とする。総需要は年率3%の割合で増大し、割引率は年5%とする。資源の埋蔵量は  $S=(1, 2, \dots, 50)$  で離散近似して、 $g(S)=S(51-S)/22100$  とした。期間は  $0 \leq t \leq 250$  年とする。

図1は総生産の変動を示している。生産量はしばらく増加したあと、30年でピークに達する。その後は減少に転じて、200年くらいでゼロとなる。石油や石炭の市場では、このようなパターンが実際に観察されている。図2は市場価格の動きを示している。生産の減少と需要の拡大によって、市場価格は毎年上昇する。ローマ・クラブの予想はタイミングの点で間違ったようである。つぎに割引率の影響を調べるために、 $\rho=0.03, 0.05, 0.13$  の3つのケースを比較した。図3は資源の残存率が時間とともに低下する様子を示している。モデルから予想されたとおり、割引率が高いほど残存率は速く低下する。これは現在の利潤を高く見積もって生産を拡大するからである。需要側の要因も無視できない。 $\mu=0$  で需要が拡大しないときは、資源は速いスピードで枯渇する。生産を先送りしてもメリットがないからである。

図1 総生産の変動

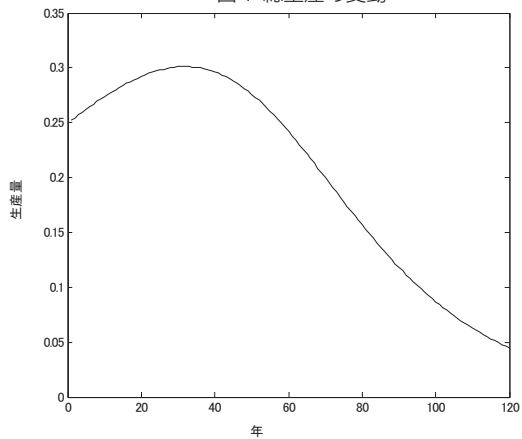


図2 市場価格の変動

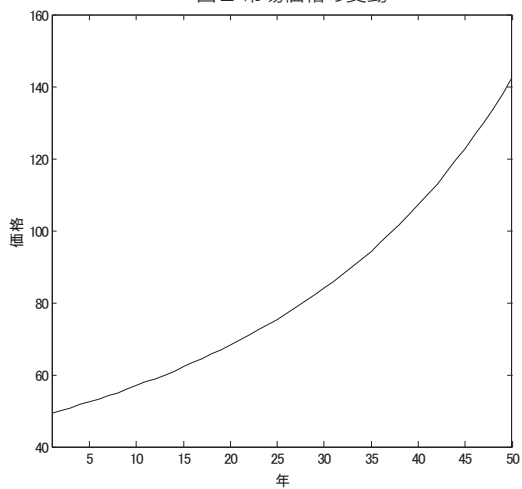
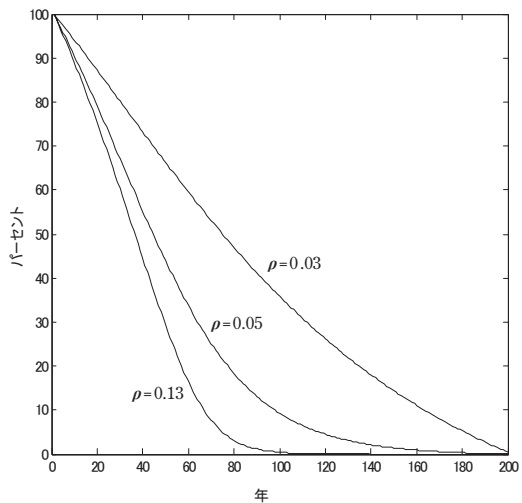


図3 割引率と残存率の関係



### 3. 確率的モデル

#### 3.1 モデルの構造

確定的なケースには最大値原理を適用できるが、不確実性がある場合は平均場ゲーム理論を用いる<sup>5)</sup>。資源ストックはつぎの確率過程に従って変化すると仮定しよう。

$$dS(t) = -q(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (10)$$

企業は将来予想される利潤の現在価値を最大化する。

$$\max_{q(t)} E \left[ \int_0^{\infty} (p(t)q(t) - C(q(t)))e^{-\rho t} dt \right] \quad (11)$$

$$s.t. \quad q(t) \geq 0, \quad S(t) \geq 0$$

動的計画法を適用して、価値関数は

$$V(t, S) = \max_{q(t)} E \left[ \int_0^{\infty} (p(t)q(t) - C(q(t)))e^{-\rho t} dt \right]$$

とする。最適性原理により

$$\begin{aligned} V &= \max_q E[(pq - C(q))\Delta t + e^{-\rho\Delta t} V(t + \Delta t, S + \Delta S)] \\ &= \max_q E[(pq - C(q))\Delta t + (1 - \rho\Delta t)V(t + \Delta t, S + \Delta S)] \end{aligned}$$

となる。 $V(t, S)$  は2回連続微分可能であれば

$$V(t + \Delta t, S + \Delta S) \cong V + V_t \Delta t + V_S \Delta S + \frac{1}{2} V_{SS} (\Delta S)^2$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta S &= -q\Delta t + \sigma S \Delta W \\ (\Delta S)^2 &= q^2 (\Delta t)^2 - 2\sigma q S (\Delta t) (\Delta W) + \sigma^2 S^2 (\Delta W)^2 = \sigma^2 S^2 \Delta t \end{aligned}$$

である。整理すると

$$V = \max_q [(pq - C(q) - qV_S)\Delta t + (1 - \rho\Delta t)V + (V_t + \frac{1}{2}V_{SS}\sigma^2 S^2)\Delta t]$$

となる。両辺から  $V$  を引いて  $\Delta t$  で割ると、ハミルトン・ヤコビ・ベルマン (HJB) 方程式

$$\rho V = \max_q [(pq - C(q)) - qV_S + V_t + \frac{1}{2}V_{SS}\sigma^2 S^2] \quad (12)$$

を得る。 $S$  の密度関数  $g(t, S)$  はコルモゴロフ方程式

$$\frac{\partial g(t, S)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial S} [-q(t, S)g(t, S)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2} [(\sigma S)^2 g(t, S)] \quad (13)$$

の解である。ここで、 $t=0$  における資源の分布を  $g(0, S)$  とする。前節と同じ費用関数を仮定すると、生産量は

$$q(t, S) = \frac{[p(t) - a - \partial V(t, S) / \partial S]}{b} \quad (14)$$

で与えられる。ここで  $\partial V(t, S) / \partial S$  は資源の限界価値を表す。価格が上昇するか、レントが低くなると生産量は増加する。(14) を (12) に代入すると

$$\rho V = V_t + \frac{1}{2} V_{SS} \sigma^2 S^2 + \frac{(p(t) - a - \partial V / \partial S)^2}{2b} \quad (15)$$

を得る。一般に

$$p(t) - C'(q(t)) = \partial V(t, S) / \partial S$$

が成り立つ。 $\partial V(t, S) / \partial S > 0$  であり、価格は限界費用より高くなる。完全競争市場では、普通の財価格は限界費用に等しいが、枯渇性資源の価格はレント分だけ高くなる。総生産は資源の減少分と等しい。

$$q(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^{\infty} g(t, S) S dS \quad (16)$$

均衡価格は

$$p(t) = \left[ \frac{He^{t\alpha}}{\int_0^{\infty} q(t, S) g(t, S) dS} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (17)$$

で与えられる。価格と生産量は  $g(t, S)$  の関数であり、(12) と (13) を  $V(t, S)$  と  $g(t, S)$  について同時に解く必要がある。HJB 方程式とコルモゴロフ方程式は解析解を持たない。このため数値計算を行って数値解を求めた。

### 3.2 数値解

資源の埋蔵量と時間を  $S=[S_1, S_2, \dots, S_n]$ 、 $t=1, 2, \dots, 120$  と離散化する。前節と同じ費用関数と需要関数を仮定し、(10) の拡散係数は  $\sigma=0.1$  とする。つぎのステップで均衡価格と生産量を求めた。

- (1)  $t=1, 2, \dots, 120$  について初期値  $p(t)^0$  を与える。
- (2) HJB 方程式から  $V(t, S)^0$  を求める。
- (3) (14) から  $q(t, S)^0$  を計算する。
- (4) コルモゴロフ方程式から  $g(t, S)^0$  を求める。
- (5) (17) から  $p(t)^1$  を計算して  $p(t)^0$  と比較する。  $\|p(t)^1 - p(t)^0\| \leq \varepsilon$  であれば終了する。そうでなければ  $p(t)^0 = p(t)^1$  としてステップ (1) へ戻る。

図4 は数値計算で求めた総生産の変動を示している。全体的に図1 と変わらないが、ピークア

ウトする時期は遅くなる。不確定要因があると企業は慎重になり、その分資源は長期間枯渇しない。この場合も市場価格は毎年上昇する（図5）。図6は  $t=0$  と  $t=2$  における資源の分布を比較している。資源分布は時間とともに左へシフトして、最終的にデルタ関数へ収束する。需要関数の性質により価格に上限があれば、均衡価格は有限区間内にあり、反復計算は速く収束する。しかし上限がないとなかなか収束しない。上限を設定する経済的な理由はないので、別の需要関数

図4 総生産の変動（確率的ケース）

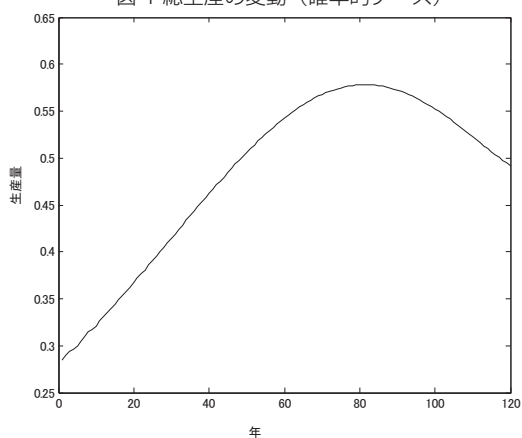
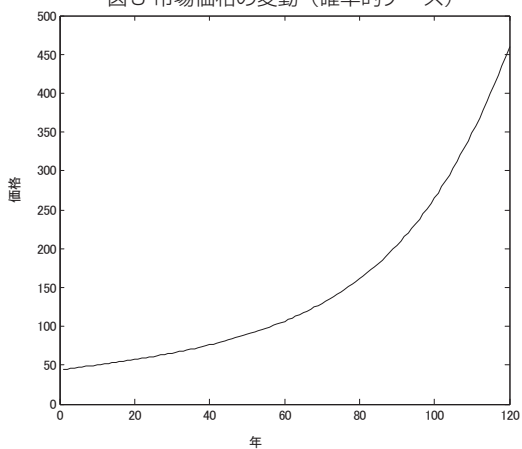
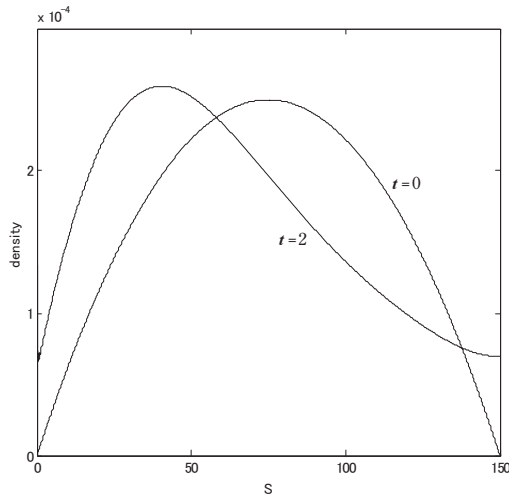


図5 市場価格の変動（確率的ケース）



に変更したほうがよいのかもしれない。

図6 資源分布の変化



4. 独占のケース

最後に、一つの企業が資源を独占するケースについて検討する。Pindyck(1980) と Stiglitz(1976) は独占のケースを取り上げている。独占企業は市場需要を観察して、油田ごとに採掘量を決定する。その利潤は

$$\pi[g, q, p] = \int_0^{\infty} [p(t, S)q(t, S) - C(q(t, S))]g(t, S) dS$$

で与えられる。独占企業にとって価格は一定ではなく、生産を拡大すると価格は低下する。独占企業は利潤の現在価値

$$J[g(t, \cdot), q, p] = E \left[ \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} \left\{ \int_0^{\infty} [p(t, S)q(t, S) - C(q(t, S))]g(t, S) dS \right\} ds \right] \quad (18)$$

を最大化する。g(t, S) は (13) のコルモゴロフ方程式を満たす。最大利潤を

$$V[g(t, \cdot)] = \max_{q(\cdot)} J[g(t, \cdot), q, p] = J[g(t, \cdot), q^*, p] \quad (19)$$

と表す。横断性条件は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} V[g(t, \cdot)] = 0 \quad (20)$$

である。Nuño(2013) の定理3 によって、最適解はつぎの式を満たす。

$$\begin{aligned} \rho v(t, S) = & p^*(t, S)q^*(t, S) - C(q^*(t, S)) - \lambda(t) \frac{q^*(t, S)}{D'(p)} + \frac{\partial v(t, S)}{\partial t} \\ & - q^*(t, S) \frac{\partial v(t, S)}{\partial S} + \frac{(\sigma S)^2}{2} \frac{\partial^2 v(t, S)}{\partial S^2} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで  $D'(p)$  は需要関数の傾きを表し、 $v(t, S)$  は  $V$  の  $g$  に関する汎関数微分である<sup>6)</sup>。つまり

$$\begin{aligned} v(t, S) &\equiv \frac{\delta V[g]}{\delta g(t, S)} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{V[g(S) + \varepsilon \delta(S-x)] - V[g(S)]}{\varepsilon} \end{aligned}$$

である。ここで  $\delta(\cdot)$  はデルタ関数、 $\lambda(t)$  は共役変数である。価格と生産量はつぎの式を満たす。

$$p^*(t, S) - C'(q^*(t, S)) - \lambda(t) \frac{1}{D'(p)} - \frac{\partial v(t, S)}{\partial S} = 0 \quad (22)$$

$$q^*(t, S)g(t, S) = -\lambda(t) \bar{p}(t) \delta[S - S^{-1}(\bar{p}(t))] \quad (23)$$

$\bar{p}(t)$  は市場価格で

$$\bar{p}(t) = D^{-1} \left[ \int_0^{\infty} q(t, S)g(t, S) dS \right]$$

与えられる。(23) の両辺を  $S$  で積分すると

$$\int_0^{\infty} q^*(t, S)g(t, S) dS = D(\bar{p}(t)) = -\lambda(t) \bar{p}(t) \int_0^{\infty} \delta[S - S^{-1}(\bar{p}(t))] dS = -\lambda(t) \bar{p}(t)$$

これより

$$\lambda(t) = -\frac{D(\bar{p}(t))}{\bar{p}(t)} \quad (24)$$

となる。(22) に代入すると

$$p^*(t, S) - C'(q^*(t, S)) = \frac{1}{\mu} + \frac{\partial v(t, S)}{\partial S} \quad (25)$$

を得る。ここで  $\mu$  は需要の価格弾力性を表す。独占の場合も価格と限界費用は等しくない。需要の価格弾力性が低く、希少性のある資源ほど価格は限界費用より高くなる。独占的な市場では採掘量は抑えられ、資源は長期間保存される。資源維持の観点からは独占はポジティブに評価すべきである。実際、希少性の高い一部の資源については生産を抑制する政策がとられている。

## 5 結語

現在のペースで進めば、一部の天然資源は遠くない将来に枯渇する可能性が高い。枯渇性資源の有効利用は古くから経済学者が取り組んできた問題である。最近では環境保護の観点から一部の資源開発に規制が加えられている。有効な対策を講ずるには、資源問題の理論的な検討が前提となる。この章では最大値原理と平均場ゲーム理論を用いて、資源価格と採掘量はどのように決まるのかを考察した。先行研究と異なるのは、同質的企業のかわりに異質的企業を仮定したことである。普通の財と異なり、希少な天然資源にはレントが発生する。このため価格は高くな



り、資源の利用は抑えられる。単一企業が資源を独占する場合は、希少レントに加えて需要の価格弾力性も価格に影響を与える。生産量は枯渇性資源に特有なハバート・ピークをもつ。ハバートの理論によると、石油の生産量は埋蔵量の半分を採掘した時点でピークアウトする。モデルから計算した生産量はピークをもつが、価格は実際の動きと大きく異なっている。本稿のモデルによると、石油価格は毎年上昇するはずであるが、実際には上下変動を繰り返している。二度の石油危機で高騰したあと、最近は下落傾向にある。普通の財と同様に、資源価格も市場における需要と供給の関係で決まる。埋蔵量が増えなければ価格は長期的に上昇する。経済成長による需要の増加も価格を上昇させる要因である。長期的に見れば技術進歩や油田開発によって供給量は増加する。また価格の高騰はエネルギー分野への新規参入を促す。現在のモデルはこのような市場のダイナミズムを考慮していない点で限界がある。需要の短期的な変動も無視できない。景気変動にともなう需要の変動は石油価格の短期的な変動を引き起こす。石油市場は寡占化が進み、一部の産油国が価格と生産量に強い影響力を持っている。寡占の要素を取り入れるのは今後の課題である。

## 注

- 1) 資源問題を取り扱ったわけではないが、Bewley (1986) のモデルは唯一の例外である。
- 2) これらのモデルについては、釜 (2015) の第11章を参照せよ。
- 3) 希少資源の社会計画問題は

$$\max_{q(t)} \int_0^{\infty} W(q(t)) e^{-\rho t} dt$$

$$s.t. \int_0^{\infty} q(t) dt = S$$

と表される。ここで

$$W(q) = \int_0^q p(x) dx - C(q)$$

である。この問題の最適条件は

$$p(q) - C'(q) = \lambda e^{\rho t}$$

と表される。これより完全競争均衡では社会的価値が最大化されることがわかる。独占企業の場合、最適条件は満たされない。

- 4) Gúeant et al. (2010) も同じ関数を用いている。
- 5) 平均場ゲーム理論について、Lasry and Lions(2007) が基本的な文献である。Gúeant(2009) は簡単な応用例を紹介している。
- 6) 汎関数微分については、Lucas and Moll(2014) の説明がわかりやすい。

## 参考文献

釜国男 (2015) 『経済モデルの数値解析』多賀出版。

Aiyagari, S. R. (1994) "Uninsured Idiosyncratic Risk, and Aggregate Saving", *Quarterly Journal of Economics*, Vol.109, 659-684.

Bewley, T. (1986) "Stationary Monetary Equilibrium with a Continuum of Independently Fluctuating Consumers", in *Contributions to mathematical economics in honor of Gerard Debreu* (eds W. Hildenbrand and A. Mas-Colell), pp.79-102. North Holland, Amsterdam.

Dasgupta, P., and G. Heal. (1974) "The Optimal Depletion of Exhaustible Resources", *Review of Economic Studies*, Vol.41, 1974, 3-28.

Gúeant, O. (2009) "A Reference Case for Mean Field Game Models", *Journal of Mathematiques, Pures Appl.*, Vol.92, 276-294.

Gúeant, O., Lions, P., Lasry, M. (2010) "Mean Field Games and Applications". Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance.

Hotelling, H. (1931) "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy*, Vol.39, 137-175.

Huggett, M. (1993) "The Risk-free Rate in Heterogenous-agent Incomplete-insurance Economies", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.17, 953-969.

Krusell, P., and A. A. Smith. (1998) "Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy", *Journal of Political Economy*, Vol.106, 867-896.

Lasry, J. M., and P. L. Lions (2007), "Mean Field Games", *Japanese Journal of Mathematics*, Vol.2, 229-260.

Lucas, R. E. and B. Moll (2014), "Knowledge Growth and the Allocation of Time", *Journal of Political Economy*, Vol.122, 1-51.

Nuño Galo. (2013) "Optimal Control with Heterogeneous Agents in Continuous Time", Working Paper Series, No.1608, ECB.

Pindyck, R. S. (1980) "Uncertainty and Exhaustible Resource Markets", *Journal of Political Economy*, Vol.88, 1203-1225.

Stiglitz, J. E. (1976) "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources", *American Economic Review*, Vol.66, 655-661.

# 最適成長モデルの数値解析 (計算経済学の研究その15)

## Numerical Analysis of Optimal Growth Models

釜 国男\*  
Kunio KAMA

現代のマクロ経済学で最も影響力があるのは動学的一般均衡理論である。細部に違いはあるものの、大半のモデルはこの理論に基づいている。動学的一般均衡モデルは複雑な構造をもち、その解を厳密に求めることは難しい。このため例外的な場合を除いて、数値的な方法で近似解を求める。最適成長モデルは戦後のマクロ経済学の発展をもたらした重要なモデルであり、いまでも盛んに研究されている。理論的な研究では具体的な解を求める必要はないが、政策問題を議論するときには実際に解を求める必要がある。これまで最適成長モデルについてさまざまな解法が開発されている。離散時間モデルの場合には、反復解法やプロジェクション法、PEA法などが用いられる。簡単な連続時間モデルには、摂動法が有効である<sup>1)</sup>。連続時間モデルに現れる微分方程式の数値解法として、差分法が重要である。差分法は計算が簡単で、ベルマン方程式に適用される。この章ではラムゼイモデルのベルマン方程式に差分法を適用する方法について検討する。

### 1. 差分スキームの収束条件

最初に、つぎの放物型偏微分方程式について考えよう。

$$u_t + F(t, x, u, Du, D^2u) = 0 \quad \text{on } (0, T] \times R^N \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \quad \text{on } R^N \quad (2)$$

ここで

$$F(t, x, u, p, A) \leq F(t, x, u, p, B), \quad \text{if } A \geq B$$

と仮定する。差分法は(1)の偏微分方程式を次式で近似する方法である。

$$S(h, t, x, u_h(t, x), [u_h]_{t,x}) = 0 \quad (3)$$

---

\* 創価大学経済学部、教授

$$u_h(0, x) = u_{h,0}(x) \quad (4)$$

ここで  $h$  は  $t, x$  の分点の間隔を表す。 $u_h$  は点  $(t, x)$  における  $u$  の値、 $[u_h]_{t,x}$  は  $(t, x)$  以外の点における値である。(2) の初期条件を満たしながら、(3) 式の反復計算によって (1) の解を求める。もちろん、反復計算は無条件に収束するわけではない。この点に関して、

Barles=Souganidis(1991) の定理が重要である。この定理が成り立つためには、つぎの三つの条件を満たさなければならない。

(単調性)

二つの関数  $u, v$  について、 $u \leq v$  であれば

$$S(h, t, x, r, u) \geq S(h, t, x, r, v)$$

が成り立つ。

(一緻性)

滑らかな関数  $\Phi(\cdot, \cdot)$  に対して、

$$S(h, t, x, \Phi(t, x), [\Phi(t, x)]_{t,x}) \xrightarrow{h \rightarrow 0} \Phi_t + F(t, x, \Phi(t, x), D\Phi, D^2\Phi)$$

が成り立つ。

(安定性)

任意の  $h > 0$  に対して、近似解は一様有界である。

[Barles=Souganidis の定理]

(3) と (4) の近似式が以上の三つの条件を満たすと、数値解は真の解へ局所一様収束する。

動的計画法の HJB 方程式の場合、単調性の条件を満たすことは簡単ではない。これに関連して、第3節で説明する前進差分と後退差分の区別は重要である。ほかの二つの条件を満たすことはそれほど難しくない。これらの条件を満たし、しかもプログラミングが簡単な方法を用いるべきである。

## 2. 熱伝導方程式

つぎの熱伝導方程式に差分法を適用しよう。

$$u_t - u_{xx} = 0 \quad \text{on } (0, T] \times R \quad (5)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \quad (6)$$

いま  $u_t$  を前進差分で近似し、 $u_{xx}$  を中央差分で近似すると、(5) は

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{(\Delta x)^2}$$

と表される。これより

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t \left[ \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right] \quad (7)$$

となる。この式から  $n+1$  回目の近似値を計算する方法を陽解法という。(3) において

$$\begin{aligned} S(\Delta t, \Delta x, (n+1)\Delta t, i\Delta x, u_i^{n+1}, [u_{i-1}^n, u_i^n, u_{i+1}^n]) = \\ \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} - \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

である。

数値計算では誤差が大なり小なり発生する。分点  $(n\Delta t, (i+1)\Delta x)$  における関数値を  $u_{i+1}^n$  と表し、 $u(t, x)$  をテイラー展開すると

$$\begin{aligned} u_{i+1}^n &= u_i^n + u_x(n\Delta t, x_i)\Delta x + \frac{1}{2}u_{xx}(n\Delta t, x_i)(\Delta x)^2 + \frac{1}{6}u_{xxx}(\Delta x)^3 \\ &\quad + \frac{1}{24}u_{xxxx}(\Delta x)^4 + (\Delta x)^4 \varepsilon(\Delta x) \\ u_{i-1}^n &= u_i^n - u_x(n\Delta t, x_i)\Delta x + \frac{1}{2}u_{xx}(n\Delta t, x_i)(\Delta x)^2 - \frac{1}{6}u_{xxx}(\Delta x)^3 \\ &\quad + \frac{1}{24}u_{xxxx}(\Delta x)^4 + (\Delta x)^4 \varepsilon(\Delta x) \end{aligned}$$

となる。辺々加えて整理すると

$$\frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} = u_{xx} + \frac{1}{12}u_{xxxx}(\Delta x)^2 + o(\Delta x^2)$$

これより、 $u_{xx}$  の打切り誤差は 2 次のオーダーとなることがわかる。同様に、

$$u_i^{n+1} = u_i^n + u_t(n\Delta t, x_i)\Delta t + \frac{1}{2}u_{tt}(n\Delta t, x_i)(\Delta t)^2 + (\Delta t)^2 \varepsilon(\Delta t)$$

から

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = u_t(n\Delta t, x_i) + \frac{1}{2}u_{tt}\Delta t + \Delta t \varepsilon(\Delta t)$$

となり、 $u_t$  の打切り誤差は 1 次のオーダーとなる。

(8) の  $S$  が  $u_{i-1}^n, u_i^n, u_{i+1}^n$  に関して減少関数であれば、(8) のスキームは単調性の条件を満たす。明らかに  $S$  は  $u_{i-1}^n$  と  $u_{i+1}^n$  に関して減少関数である。つぎの CFL 条件を満たしていると、 $u_i^n$  に関しても減少関数となる。

$$\Delta t \leq \frac{1}{2}(\Delta x)^2$$

時間間隔を格子間隔の2乗に比例して小さくとると、この条件は満たされる。CFL条件に違反すると、積分を繰り返すうちに誤差が累積して数値解は発散してしまう。

陽解法の計算は簡単であるが、時間間隔を自由に選べないという難点がある。つぎに説明する陰解法にはこうした制約はない。このため時間間隔を大きくとっても、数値的に安定した解が得られる。(5)の $u_{xx}$ を中央差分で置き換えると、近似式は

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

となる。整理すると

$$u_i^n = (1 + 2r)u_i^{n+1} - r(u_{i-1}^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}), \quad r = \Delta t / (\Delta x)^2 \quad (9)$$

陰解法はつねに安定的であり、打ち切り誤差のオーダーは陽解法と変わらない。(3)において

$$S(\Delta t, \Delta x, (n+1)\Delta t, u_i^{n+1}, [u_{i-1}^{n+1}, u_i^n, u_{i+1}^{n+1}]) = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} - \frac{u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \quad (10)$$

である。 $S$ は $u_{i-1}^{n+1}$ ,  $u_i^n$ ,  $u_{i+1}^{n+1}$ に関して減少関数であり、単調性の条件を満たしている。このため熱伝導方程式には陰解法が使われる。

### 3. 最適成長モデル

マクロ経済学への応用例として、つぎの標準的な最適成長モデルを取り上げる。

$$\begin{aligned} \max_c \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c) dt \\ \text{s.t.} \quad \dot{k} = F(k) - \delta k - c \\ k(0) = k_0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで $c$ は消費、 $k$ は資本ストックである。動的計画法のベルマン方程式は

$$\rho V(k) = \max_c \{U(c) + V'(k)(F(k) - \delta k - c)\} \quad (12)$$

と表される。消費が決まると、貯蓄は $s = F(k) - \delta k - c$ で与えられる。定常状態の資本と消費は

$$F'(k^*) = \rho + \delta$$

$$c^* = F(k^*) - \delta k^*$$

を満たす。数値計算を行うために、つぎの効用関数と生産関数を仮定する。

$$U(c) = \frac{c^{1+\gamma}}{1+\gamma} \quad (\gamma < 0)$$

$$F(k) = Ak^\alpha \quad (A > 0, 0 < \alpha < 1)$$

この場合、資本と消費の定常値は

$$k^* = \left[ \frac{\alpha A}{\rho + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$c^* = A(k^*)^\alpha - \delta k^*$$

$$V(k^*) = \frac{(c^*)^{1+\gamma}}{\rho(1+\gamma)}$$

となる。以下に示す特殊なケースを除いて、ベルマン方程式は解析解を持たない。このため差分法で近似解を求める。資本ストックを区間  $[k_{min}, k_{max}]$  にとり、 $k_i, i=1, \dots, N$  で近似する。分点の間隔は  $\Delta k = (k_{max} - k_{min})/N$  とする。熱伝導方程式と同様に、陽解法と陰解法の二つの方法がある。以下では、これらの方法について説明しよう。

### 3.1 陽解法

$V(k_i)$  の初期値を  $V^0 = (V_1^0, V_2^0, \dots, V_N^0)$  に設定し、収束条件を満たすまでつぎの計算を繰り返す<sup>2)</sup>。

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^n = U(c_i^n) + (V_i^n)'(F(k_i) - \delta k_i - c_i^n) \quad (13)$$

$$c_i^n = (U')^{-1}[(V_i^n)'] \quad (14)$$

$V'(k_i)$  は風上差分で近似する。風上差分では、つぎの前進差分と後退差分を使い分ける。

$$\text{前進差分: } (V_{i,F}^n)' = \frac{V_{i+1}^n - V_i^n}{\Delta k}$$

$$\text{後退差分: } (V_{i,B}^n)' = \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta k} \quad (15)$$

前進差分は資本の増加する方向に差分をとる。一方、後退差分は資本の減少する方向に差分をとる。貯蓄が正であれば、資本は増加するので前進差分を用い、貯蓄が負であれば資本は減少するので後退差分を使う。つまり

$$s_F^n = F(k_i) - \delta k_i - c_{i,F}^n, \quad c_{i,F}^n = (U')^{-1}(V_{i,F}^n)'$$

$$s_B^n = F(k_i) - \delta k_i - c_{i,B}^n, \quad c_{i,B}^n = (U')^{-1}(V_{i,B}^n)'$$

$$(V_i^n)' = \begin{cases} (V_{i,F}^n)' : s_F > 0 \\ (V_{i,B}^n)' : s_B < 0 \\ U'(F(k_i) - \delta k_i) : s_F \leq 0 \leq s_B \end{cases}$$

とする。 $V(\mathbf{k})$  は凹関数であり、 $(V_{i,F}^n)' < (V_{i,B}^n)'$ 、 $s_F < s_B$  となる。 $s_F \leq 0 \leq s_B$  となる場合は、貯蓄はゼロとして  $(V_i^n)' = U'(F(k_i) - \delta k_i)$  とする。

$\Delta$  と  $\Delta \mathbf{k}$  が CFL 条件を満たすと、 $V_i^n$  は  $V(\mathbf{k}_i)$  に収束する。風上差分を用いて、例えば  $s > 0$  の点では

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^n = U(c_{i,F}^n) + \frac{V_{i+1}^n - V_i^n}{\Delta k} (F(k_i) - \delta k_i - c_{i,F}^n)$$

$$c_{i,F}^n = (U')^{-1}(V_{i,F}^n)'$$

とする。計算機でつぎのアルゴリズムを実行する。

[ステップ 1]  $V$  と  $c$  の初期値を

$$V_i^0 = \frac{(A(k_i)^\alpha - \delta k_i)^{1+\gamma}}{\rho(1+\gamma)}$$

$$c_i^0 = A(k_i)^\alpha - \delta k_i$$

とする。

[ステップ 2] (13) から  $V_i^1$  を求める。

[ステップ 3]  $V_0$  と  $V_1$  の距離、 $d = \max_{1 \leq i \leq N} |V_1^i - V_0^i|$  を計算する。 $d \leq \varepsilon$  であれば  $V_1$  を解として計算を終了し、そうでなければ新たに  $V_i$  と  $c_i$  を計算する。

$\Delta$  を十分小さくとると、先に示した単調性その他の条件は満たされる。陽解法の計算は簡単であるが、多数回反復しないと収束しない。このため実際には陰解法を用いた。

### 3.2 陰解法

陰解法はつぎの漸化式を用いる。

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^{n+1} = U(c_i^n) + (V_i^{n+1})'(F(k_i) - \delta k_i - c_i^n) \quad (16)$$



$$c_i^n = (U')^{-1}[(V_i^n)'] \quad (17)$$

$V_i^n$ を $V_i^{n+1}$ で置き換えた点が陽解法と異なる。このため、(16) から $V_i^{n+1}$ を直接求めることはできない。そこで、 $V_i^{n+1}$ を未知数とする連立1次方程式を解く。風上差分を適用すると近似式は

$$\begin{aligned} \frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^{n+1} = U(c_i^n) + (V_{i,F}^{n+1})'(F(k_i) - \delta k_i - c_{i,F}^n)^+ \\ + (V_{i,B}^{n+1})'(F(k_i) - \delta k_i - c_{i,B}^n)^- \end{aligned} \quad (18)$$

$$c_i^n = (U')^{-1}(V_{i,F}^n)' \text{ or } (U')^{-1}(V_{i,B}^n)' \quad (19)$$

となる。ここで

$$(F(k_i) - \delta k_i - c_{i,F}^n)^+ = \max\{F(k_i) - \delta k_i - c_{i,F}^n, 0\}$$

$$(F(k_i) - \delta k_i - c_{i,B}^n)^- = \min\{F(k_i) - \delta k_i - c_{i,B}^n, 0\}$$

である。(15)を代入すると

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^{n+1} = U(c_i^n) + \frac{V_{i+1}^{n+1} - V_i^{n+1}}{\Delta k} (s_{i,F}^n)^+ + \frac{V_i^{n+1} - V_{i-1}^{n+1}}{\Delta k} (s_{i,B}^n)^-$$

となる。共通項を集めて整理すると

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta} + \rho V_i^{n+1} = U(c_i^n) + x_i V_{i-1}^{n+1} + y_i V_i^{n+1} + z_i V_{i+1}^{n+1} \quad (20)$$

$$x_i = -\frac{(s_{i,B}^n)^-}{\Delta k}$$

$$y_i = -\frac{(s_{i,F}^n)^+}{\Delta k} + \frac{(s_{i,B}^n)^-}{\Delta k}$$

$$z_i = \frac{(s_{i,F}^n)^+}{\Delta k}$$

が得られる。(20)は行列とベクトルを用いて

$$\frac{1}{\Delta}(V^{n+1} - V^n) + \rho V^{n+1} = U^n + P^n V^{n+1} \quad (21)$$

と表される。ここで $P^n$ はつぎの $N \times N$ の三重対角行列である。



$$c = \frac{\rho}{\alpha} k$$

で与えられる。この場合、消費の決定式は原点を通る直線となる。厳密解があるので誤差を計算することができる。図2は  $\alpha=0.5, \rho=0.05$  のケースについて、価値関数の相対誤差をプロットしている。定常点における相対誤差率は  $7.83 \times 10^{-7}\%$  と低く、平均すると 0.003% の誤差が生じる。全体的に近似精度は高く、差分法は最適成長モデルに対してきわめて有効である。

図1 消費の政策関数

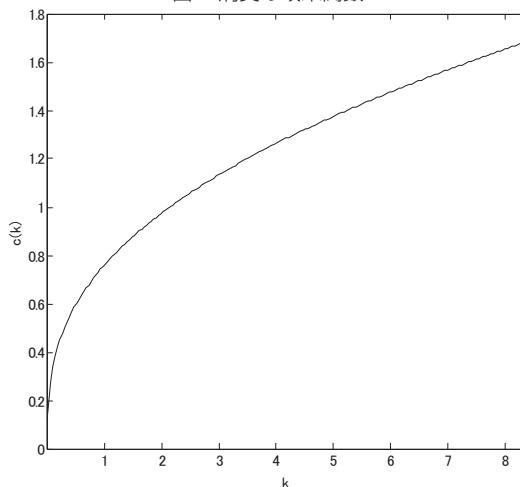
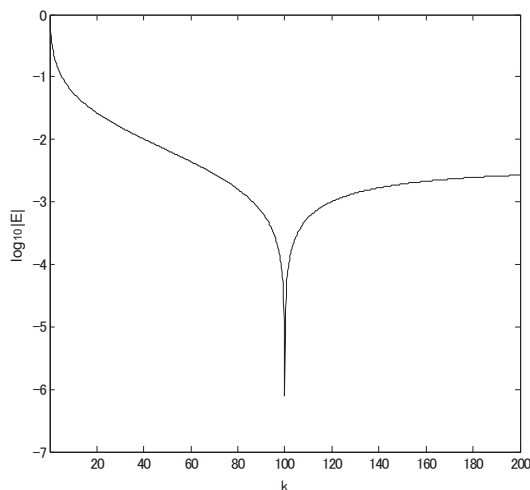


図2 価値関数の誤差



## 4. 確率的最適成長モデル

つぎに全要素生産性が確率的に変化する場合について検討しよう。前節のモデルをつぎのように変更する。

$$\begin{aligned} \max_c E_0 \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c) dt \\ \text{s.t. } dk = (zF(k) - \delta k - c) dt \\ k(0) = k_0 \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、 $z$  は全要素生産性である。動的計画法を適用すると、ベルマン方程式は

$$\rho V(k, z) = \max_c \left\{ U(c) + \frac{1}{dt} E[dV(k, z)] \right\} \quad (25)$$

と表される。ここで  $\log(z)$  は O-U 過程

$$d \log(z) = -\mu \log(z) dt + \sigma dW \quad (\mu > 0, \sigma > 0) \quad (26)$$

に従う。定常状態では

$$\log(z) \sim N(0, Var), \quad Var = \frac{\sigma^2}{2\mu}$$

となる。全要素生産性と資本ストックの平均値は

$$zmean = \exp(Var/2)$$

$$k^s = \left( \frac{\alpha zmean}{\rho + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

である。 $V(k, z)$  に伊藤の公式を適用すると

$$dV(k, z) = \left( \frac{\partial V}{\partial k} (zF(k) - \delta k - c) - \frac{\partial V}{\partial z} (\mu z \log(z)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \sigma^2 z^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial z} \sigma z dW$$

となる。両辺の期待値をとり (25) に代入すると

$$\rho V(k, z) = \max_c \left\{ U(c) + \frac{\partial V}{\partial k} (zF(k) - \delta k - c) - \frac{\partial V}{\partial z} (\mu z \log(z)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \sigma^2 z^2 \right\} \quad (27)$$

を得る。消費と貯蓄は

$$c = (U')^{-1}(V_k(k, z))$$

$$s = zF(k) - \delta k - c(k, z)$$

で与えられる。

差分法を適用するために、区間  $[z_{min}, z_{max}]$  に  $M$  個の分点とる。分点の幅は  $\Delta z = (z_{max} - z_{min})/M$  である。この場合も陽解法と陰解法の二つの方法があるが、計算速度が格段に速い陰解法を使用した。 $V(k_i, z_j)$  の近似値を  $V_{i,j}$  と表す。 $V_k$  については、貯蓄の符号に基づいて前進差分と後退差分を使い分けた。 $V_{zz}$  は次式で近似する。

$$\partial_{zz} V_{i,j} = \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{(\Delta z)^2} \quad (28)$$

$V^0 = [V_{i,j}^0, i=1, \dots, N, j=1, \dots, M]$  から始めて、つぎの漸化式を収束するまで繰り返し計算する。

$$\begin{aligned} \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta} + \rho V_{i,j}^{n+1} = & U(c_{i,j}^n) + \frac{V_{i+1,j}^{n+1} - V_{i,j}^{n+1}}{\Delta k} (s_{i,jF}^n)^+ + \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta k} (s_{i,jB}^n)^- \\ & + \frac{V_{i,j+1}^{n+1} - V_{i,j}^{n+1}}{\Delta z} \eta_j + \frac{\sigma^2 z_j^2}{2} \frac{V_{i,j+1}^{n+1} - 2V_{i,j}^{n+1} + V_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta z)^2} \end{aligned} \quad (29)$$

ここで

$$s_{i,jF}^n = z_j F(k_i) - \delta k_i - c_{i,jF}^n, \quad c_{i,jF}^n = (U')^{-1}(V_{i,jF}^n)'$$

$$s_{i,jB}^n = z_j F(k_i) - \delta k_i - c_{i,jB}^n, \quad c_{i,jB}^n = (U')^{-1}(V_{i,jB}^n)'$$

$$\eta_j = -\mu z_j \log(z_j)$$

である。右辺の共通項を集めると、(29) は

$$\begin{aligned} \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta} + \rho V_{i,j}^{n+1} = & U(c_{i,j}^n) + \phi_{i,j} V_{i-1,j}^{n+1} + (\varphi_{i,j} + \theta_j) V_{i,j}^{n+1} \\ & + \omega_{i,j} V_{i+1,j}^{n+1} + \psi_j V_{i,j-1}^{n+1} + \zeta_j V_{i,j+1}^{n+1} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。係数は

$$\begin{aligned} \phi_{i,j} &= -\frac{(s_{i,jB}^n)^-}{\Delta k} \\ \varphi_{i,j} &= -\frac{(s_{i,jF}^n)^+}{\Delta k} + \frac{(s_{i,jB}^n)^-}{\Delta k} \end{aligned}$$



$$R = \begin{bmatrix} \theta_1 & \dots & \dots & 0 & \zeta_1 & 0 & & & & & \\ 0 & \theta_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & \zeta_1 & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ 0 & \dots & 0 & \theta_1 & 0 & \dots & 0 & \zeta_1 & 0 & & \\ \psi_2 & 0 & \dots & 0 & \theta_2 & 0 & \dots & 0 & \zeta_2 & 0 & \\ 0 & \psi_2 & 0 & \dots & 0 & \theta_2 & 0 & \dots & 0 & \zeta_2 & 0 \\ & 0 & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & 0 & \psi_3 & 0 & \dots & 0 & \theta_3 & 0 & \dots & \vdots \\ & & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & 0 & \psi_M & 0 & \dots & \theta_M & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & & & & 0 & \psi_M & 0 & \dots & 0 & \theta_M & 0 \\ & & & & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ & & & & 0 & \psi_M & 0 & \dots & 0 & \theta_M & \psi_M \end{bmatrix}$$

$W$  と  $R$  は疎行列である。高精度の解を得るには大規模な連立1次方程式を解かなければならないが、疎行列の性質を利用した効率的な計算法がある。陰解法を使うと、有限回の反復計算で解が得られる。しかも初期値によっては、数回反復しただけで収束する。実際にモデルを解いてみよう。モデルのパラメータを  $\alpha=0.3, \rho=0.05, \gamma=-3, \delta=0.06, \mu=0.1, \sigma^2=0.02, Var=0.1$  とした。定常状態における  $z$  の平均値は 1.03 で、資本の平均値は  $k^s=4.34$  となる。 $\Delta=1,000, \varepsilon=10^{-6}$  とすると、6回反復しただけで収束条件を満たす。図3は消費の政策関数である。横軸に資本ストックと全要素生産性をとり、縦軸は消費である。理論的に予想されるとおり、消費は資本と生産性の増加関数となる。パラメータの値を変えても、関数の形はあまり変わらない。図4は  $z=0.95$  と  $z=1.10$  としたときの貯蓄関数を示している。全要素生産性が上昇すると、貯蓄は増加する。図には示さないが、価値関数  $V(k,z)$  も資本と生産性の増加関数となる。

図3 消費の政策関数

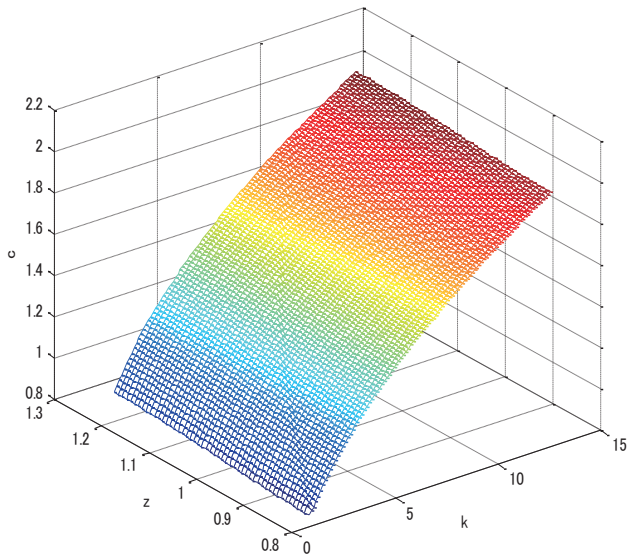
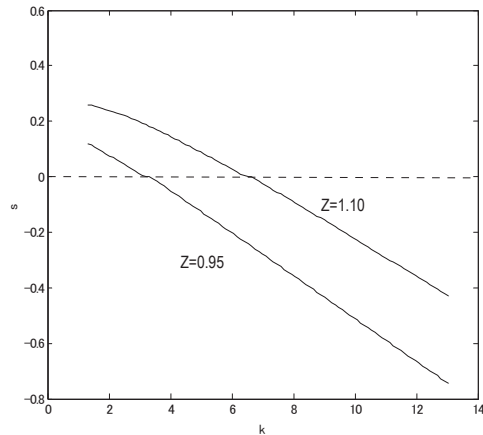


図4 貯蓄関数



## 5. 結語

標準的なラムゼイモデルの解を差分法で求める方法について検討した。つまりベルマン方程式を解析的な方法にかわって数値的な方法で解いた。プロジェクション法や摂動法が使われることもあるが、汎用性があるのは差分法である。ただし通常の偏微分方程式と異なり、ベルマン方程式の場合はかなり複雑な計算を行う必要がある。陽解法と陰解法の二つの方法があるが、実際には陰解法を用いた。この場合、大規模な連立1次方程式を解かなければならない。幸い係数行列は疎行列であり、効率的な計算方法を利用できる。ここではラムゼイモデルに適用したが、差分法はほかの多くのモデルにも適用可能な一般的な方法である。

## 注

- 1) これらの解法については釜 (2015) を参照せよ。
- 2) 以下の数値解法について Achdou and Capuzzo-Dolcetta (2010), Achdou (2011), Achdou et al. (2013) を参考にした。

## 参考文献

- 釜国男 (2015) 『経済モデルの数値解析』 多賀出版。
- Achdou, Y, I. Capuzzo-Dolcetta. (2010), "Mean Field Games: Numerical Methods", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol.48, 1136-1162.
- Achdou, Y. (2011) "Finite Difference Methods for Mean Field Games" in *Hamilton-Jacobi Equations: Approximations, Numerical Analysis and Applications* (eds L. Paola, A. N, Tchou), (Lecture Notes in Mathematics 2074), Springer, Berlin.
- Achdou, Y, F. Camilli, I. Capuzzo-Dolcetta. (2013), "Mean Field Games: Convergence of a Finite Difference Method", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol.51, 2585-2612.
- Barles, G and P. E. Souganidis. (1991) "Convergence of Approximation Schemes for Fully Nonlinear Second Order Equations", *Asymptotic Analysis*, Vol.4, 271-283.



# 収量変動とコメの穀物国際価格について

## Rice Yield Variation and International Price of Rice

齋藤 之美<sup>\*1</sup>・齋藤 勝宏<sup>\*2</sup>・佐藤 秀保<sup>\*3</sup>

Konomi SAITO, Katsuhiko SAITO and Hideyasu SATO

1906年から2005年までの100年間で地球の平均気温は0.74度上昇したが、IPCCの予測結果によると21世紀末までの約80年間で平均気温は約2度から4度の範囲で大幅に上昇するという。気象変動は気温に加え、降水量や日射量にも影響を及ぼすため、作物の収量も大きく変動することになる。気象変動が農業生産に及ぼす影響を評価する研究は数多く挙げられるが、その殆どは農業生産水準のトレンドを予測し生産水準や国際価格水準に対するインパクトを評価するものである。気象変動が地域毎の農業生産に及ぼす影響は一様ではないため、収量変動に地域的な相関が見られる。これは、収量変動の相関の多寡が国際価格の変動に影響を及ぼすことを示すものである。小論では、世界各国のコメの作況指数を推計し、国・地域間の相関関係を分析し、近年の作況変動が穀物の国際価格の変動に及ぼす影響について統合型貿易モデルを援用し明らかにした。

### 1. はじめに

気候変化に関する政府間パネル (IPCC) によると、今世紀末までに2000年に比べ気温が4.8度上昇すると予測されている。気候変化は気温だけでなく降水量にも影響を及ぼすため、農業生産にも影響を与えると考えられている。生育期間の最低気温が1度上昇するとコメの単収は約10%減少すると報告する研究もある (Peng et al. (2004)) が、熱帯地域では単収が減少するが高緯度地域では単収が増加するといわれているように<sup>1</sup>、一般には地域ごとにその影響は異なる。

では、世界全体では穀物の生産は気候変化によってどのような影響を受けるのであろうか。例えば、Rosenzweig and Parry (1994) は、世界の貿易モデルを使って、気候変化 (大気中の二酸化

\*1 創価大学経済学部教授

\*2 東京大学大学院農学生命科学研究科准教授

\*3 東京大学大学院農学生命科学研究科農学特定研究員

1 例えば國光・工藤 (2016) は、我が国のパネルデータを用いて稲作のTFPを計測しているが、日本国内でさえ気候変動の影響が地域ごとに異なること、更に國光 (2016) ではその経済的含意も異なることを動学的地域間一般均衡モデルにより確認している。

化炭素濃度の上昇)が食料供給に及ぼす潜在的な影響を試算している。勿論、シミュレーションの前提条件や、適応策の有無によってそのインパクトは異なるものの、適応策を採らない場合2060年には国際価格が25%から150%も上昇するという結果<sup>2</sup>が得られている。また、Furuya and Koyama (2005) は、技術進歩の代理変数としてのトレンドと気温、降水量を説明変数とする国別の収量関数を計量経済学的手法により推計し、世界の穀物需給に及ぼす影響を調べている。対象作物は、コメ、小麦、トウモロコシ、大豆であるが、国際価格の下落率は小麦で5% (ベースラインは13%)、コメで22% (ベースラインで26%) となっている。農業研究開発投資により作物収量は伸びるものの気温上昇によって生産性が若干落ちるといった結果を得ている<sup>3</sup>。

このように、気候変化は国・地域や作物ごとの農業生産量、さらには国際価格に影響を及ぼすものと考えられる。

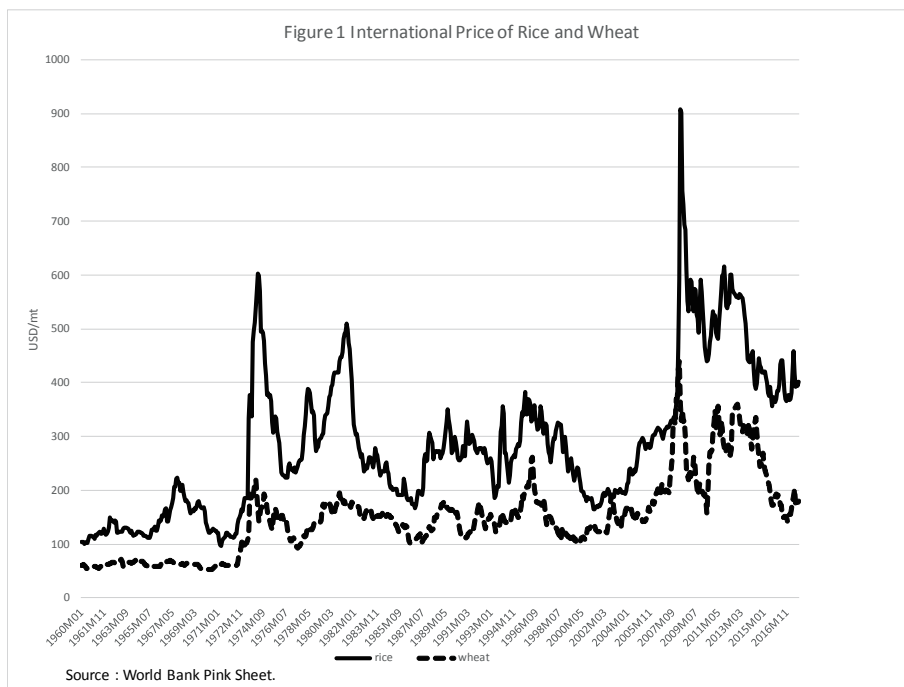


Figure 1 はコメと小麦の国際価格の推移を示したものである。小麦の国際価格は1973年及び2008年に大きく上昇している。1973年はソ連の不作による小麦の大量買い付けの影響であると

- 2 気候変動による単収の変化は世界各地の研究所で開発されている作物モデルによって推計されたデータを用いている。
- 3 推計された穀物の収量関数は、気象変数が有意に効いていないものが多く、その符号も正のものから負のものまであり、気候変化の影響は一様ではない。アメリカの例で言うと、気温上昇は小麦や大豆の生産を増加させるが、トウモロコシや粗粒穀物については2015～2018年をピークに減少するという予測結果を報告している。また、同一作物でも国によって気候変化の影響は異なる。世界全体の食料需給予測で見ると、ベースラインの生産増加量に比べ、温暖化シナリオの生産増加が若干鈍っているようである

言われているが、その前年の世界同時不作のため期末在庫率が減少していた<sup>4</sup>のもその原因である。また、2008年の穀物の国際価格高騰は記憶に新しいが、豪州が早魃により2年連続不作になったことに加え2008年の欧州での天候不順がその原因である。コメに関しては1981年の中国・イランなどの不作、1989年の中国・インドネシアの輸入拡大、1993年には日本の冷害によるコメの緊急輸入などの影響などによる国際価格の上昇を経験している<sup>5</sup>。このように、穀物の世界同時不作や人口の多い国での不作は国際価格に影響を与えていることを確認することができる。

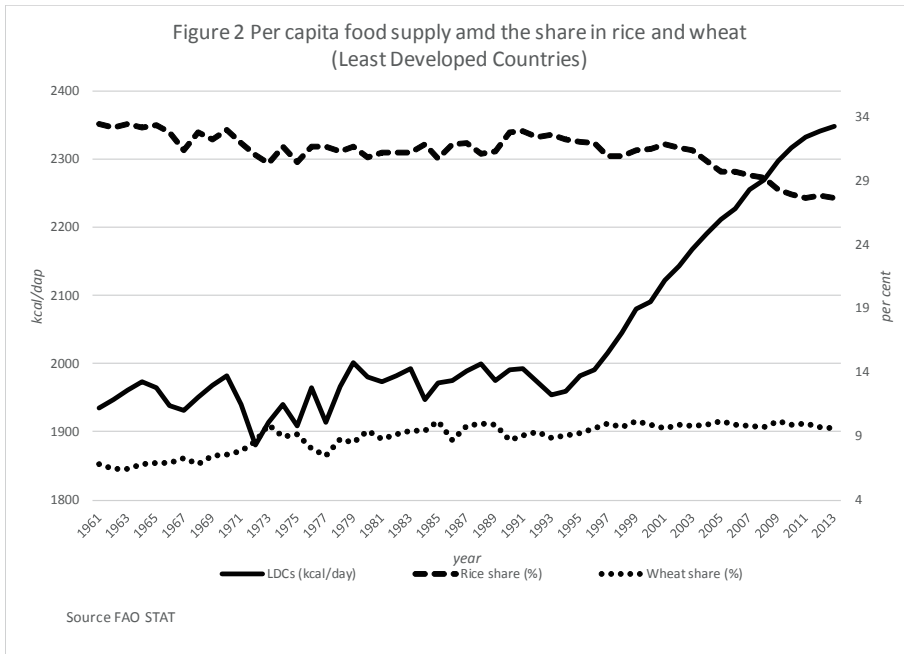


Figure 2 は最貧国のひとりあたりの食料供給とコメ及び小麦からのカロリー摂取割合を示したものである。停滞していたカロリーベースでのひとりあたり食料供給が1993年以降増加していることは望ましいことであるが、カロリー摂取に占めるコメの割合が27%と高く、小麦の割合は9%と低い<sup>6</sup>。これは、穀物、特にコメの国際価格高騰が最貧国の貧困層に大きな影響を及ぼし得ることを示している。所得水準が高くエンゲル係数の低い先進国に住むわれわれにとっては、穀物価格高騰の影響はそれほどインパクトのあるものではないものの、開発途上国に住む低所得者にとっては非常に大きな問題となることを示している。この点を、フード・セキュリティの基本方程式を見て確認しておこう。基本方程式は、一般的な予算制約を食料に限定して考えたものである。所得水準の高い先進国では、エンゲル係数が小さく、支出額の大部分は食料品以外への

4 世界の期末在庫水準が17%を下回ると需給が逼迫すると言われているが、1972年の期末在庫率は15.4%であった。

5 コメの国際価格の変動が小麦よりも大きいのは、アジアを中心とするコメの消費国は基本的に自給政策をとっており、生産に占める貿易の割合が小さいためである。

6 世界全体では、コメ・小麦からのカロリー摂取割合はそれぞれ18～19%である。

支出となるため、一般的な予算制約式を食料に限定して考えることには無理があるが、所得水準の低い発展途上国、とりわけ貧困層を対象にする場合には有効であるものと思う。

$$(\text{食料必要量} - \text{食料生産量}) \times \text{食料価格} \leq \text{所得} + \text{食料購入に利用可能な流動資産}$$

$$\text{食料必要量} = \text{ひとりあたりの必要量} \times \text{世帯員数}$$

$$\text{所得} = \text{賃金} \times \text{労働保有量} + \text{地代} \times \text{農地保有量} + \text{レンタル価格} \times \text{資本保有量}$$

この式を見ると、土地を持たない家計では、自給用の食料生産ができず、食料必要量をすべて購入しなければならないばかりか、所得の源泉も労働のみとなるので、食料価格上昇の影響を大きく受けることが分かる。一方で、農地保有量の多い農家は、その保有水準によっては、必要な食料のすべてを自給でまかなえるばかりか、所得も土地なし労働者に比べて大幅に増加するため、食料品の価格上昇は所得の大幅な増加に繋がる。そのため、貧しい家計はより貧しく、豊かな家計はより豊かになるという傾向を読み取ることができる。穀物の国際価格の変動は、国際的には非常に重要な問題なのである。

Figure 1 で確認したように、同時不作や大国での不作が国際価格に影響を及ぼすこと、気候変化により極端現象の発生頻度が拡大する可能性が高まるという IPCC の報告を斟酌すると、気候変化を通じた穀物収量変動が国際価格に及ぼす影響について評価することは極めて重要な課題といえる。

そこで小論では、穀物のなかでもコメに焦点をあてて、各国の収量変動が国際価格に及ぼす影響について考察することを課題としたい。

## 2. 既往の研究成果

前節でいくつかの例を挙げたが、気候変化が穀物生産や国際価格に及ぼす影響を分析した研究は穀物の需給モデルを用いたものや応用一般均衡モデルを用いたものなど枚挙に暇ない。これらの研究の殆どは、穀物の単収を生物学的な作物モデルや技術進歩の代理変数である時間と気温・降水量という気象変数で説明する回帰式を推計し、別途気候モデルから得られる気象変数の予測値を代入することで、生産へのインパクトを評価し、国際市場が均衡するような価格の水準を求めるものであり、国際価格の変動に及ぼす影響について調べた研究は意外と少ない。

Furuya and Kobayashi (2009) は、コメ、小麦、トウモロコシ、大豆、粗粒穀物を対象に確率的穀物需給モデルを構築している。穀物需給モデルの構成要素である収量関数をトレンド、気温、降水量で回帰分析するところは Furuya and Koyama (2005) などのオーソドックスな研究と同様だが、各国の気温、降水量を時間の関数として下記のように定式化し

$$\begin{cases} TMP_{ijt} &= a^T + b^T T + \varepsilon_{ijt}^T \\ PRC_{ijt} &= a^P + b^P T + \varepsilon_{ijt}^P \end{cases}$$

回帰分析で得られた残差の相関行列を使って、各国の気候変数を確率変数として生成し、需給モデルを解くことで、国際価格変動への影響を調べており、国によって生産変動にバラツキがあること、世界全体のコメ生産の分散はそれほど変化しないが、大豆の分散は経時的に拡大するという知見を得ている。分析対象はアメリカ、インド、EU、中国、ロシアなど小数の国々に限られている。

この論文の興味深い点は、収量変動を確率的需給モデルで評価している点、気候変化が世界各地で「相関」しているという事実を組み込んでいる点、価格変動のバラツキを分析していることである。世界各地の気候変化が、太陽からのエネルギー変動のほか、大気循環や海流の影響を受けて定まることを考慮すると、気候変化の相関を組み込むのはごく自然な発想である<sup>7</sup>。非常に興味深い研究ではあるが、分析の対象とする国が限られていること、収量関数の推計結果が線形で組み込まれた気象変数にはそれほど反応していない<sup>8</sup>ことを考えると不十分であると考えられる。

気象変数が収量に影響を及ぼしているという実態感覚が計量的に検出できていない点を掘り下げたのが Furuya et al. (2015) である。Furuya et al. (2015) は、植物生理学の知見を取り入れて収量関数を推計した<sup>9</sup>。収量関数の定式化には、次の改良4パラメーター・ロジスティック曲線を用いている。

$$\text{yield} = a + \frac{b-a}{1+e^{c(\text{time}-d)}} + \beta \text{ temp} + \gamma \text{ radiation} + \delta \text{ precipitation} + \varepsilon$$

通常の4パラメーター・ロジスティック曲線に気候変数 (temp, radiation, precipitation) を加えるとともに、作物モデルの知見に基づき  $b$  の定式化などに工夫を凝らし、気温と収量の間の逆U字関係を再現している。この論文には、GTAP8<sup>10</sup>に含まれる国・地域を対象に膨大な推計結果が纏められている。推計値の検定統計量は示されていないものの、いくつかの国のグラフが提示されており、実績値と推計値を比較すると、収量関数の説明力は高いようである。推計結果では、日本のコメの単収は RCP2.6、RCP8.5 ふたつのシナリオともに増加している。また、中国の小麦、トウモロコシも収量が増加するようである。収量関数の推計精度は向上しているものの、世界の穀物生産量や国際価格に及ぼす影響や国際価格の変動については分析されていない。

7 気候変化のメカニズムについては、例えば近藤 (2009) や深井 (2011) を見よ。

8 報告された収量関数の推計結果が気象変数のインパクトをあまり受けないという推計結果は、気温と作物単収との関係が逆U字型であるからだと言われている。これは、気温が上昇すると気温が低い場合に発生しやすい冷害が起りにくいので収量が増加する一方で、気温がある閾値を超えると、植物体生長の養分需要が増加するために収量が減少するためである。

9 植物生理学に基づいて構築される作物モデルは気象変動などの生育環境が作物の生長や収量を予測する上での精度は高いが、農家の品種選択や作付行動の結果が含まれていないという点で社会的な分析には十分ではないと評価しており、農家が環境の変化に対応した結果である実績データに基づく計量経済学的分析の方が優れていると主張する。辻井の評価に基づく、Furuya et al. (2015) の方向性は理想的である。

10 詳細は <https://www.gtap.agecon.purdue.edu/databases/default.asp> を参照のこと。

Grassini et al. (2003) は、世界各地の穀物単収推移を Linear, Quadratic plateau, Linear piecewise, Linear upper plateau, Linear lower plateau, Exponential の6つの関数型を用いて時間のみで説明する式を推計することで技術進歩のパターンを検出している。興味深いことに、Furuya et al. (2015) がベースとして用いた4パラメーター・ロジスティック曲線は、Grassini et al. (2003) で採用した関数型の殆どを近似的にはあるが包含するものとなっている。これは、Furuya et al. (2015) の収量関数で、植物生理学を援用したパラメーター  $b$  を定数と見なすと、4パラメーター・ロジスティック曲線の推計結果から得られる単収と実績単収の差を「気候変化の効果」と見なすことがとできることを示している。

そこで、本研究では作物対象をコメに限定するものの、Furuya and Kobayashi (2009) では限られていた対象国を増やすことで、作況変動がコメの国際価格に及ぼす影響について分析する。また、同時不作の可能性を直接的に分析するために各国の作況指数を推計し、作況指数間の相関係数の多寡を確認するとともに、観察された単収変動の相関係数を再現する疑似乱数を用いたモンテカルロ・シミュレーションを行うことで作況変動が国際価格に及ぼす影響について評価する。

### 3. 対象国及びデータ

本研究で使用するデータは米国農務省が公表している PS&D<sup>11</sup> および英国 Climate Research Unit が公表している気象データ (CY 4.00) である。国際機関が需給モデルを推計するときには国連の FAO Stat をベースにすることが多いが、精度に問題があることが知られているので PS&D データを用いる。対象国は、2015年～2017年にかけて生産シェア上位10カ国、消費シェア上位10カ国、輸出シェア上位10カ国である。重複する国もあるので、全体として、中国、インド、インドネシア、バングラデシュ、ベトナム、タイ、ミャンマー、フィリピン、ブラジル、日本、パキスタン、アメリカ、カンボジア、パラグアイ、ギアナ、EU、イラン、コートジボアール、イラク、セネガル、その他世界、の計22カ国・地域となった。アジア以外に南米や近年コメの消費が伸びているアフリカが含まれている<sup>12</sup>点に特徴がある。

### 4. 分析

PS&D データの粗生産量を収穫面積で除して単収を計算し、単収の動きを技術水準の代理変数であるトレンドで説明した。2節でも述べたように、収量関数の定式化は4パラメーター・ロジスティック曲線とするが、線形トレンド、トレンドの平方根で説明する回帰分析も行った。なお、4パラメーター・ロジスティック曲線の推計には非線型最小二乗法を用いた。概ね、4パラメーター・ロジスティック曲線の当て嵌まりが良かったが、収束しない場合には、係数が有意にでている線形トレンド、トレンドの平方根のうち当て嵌まりの良い方を選んだ。更に、単収の実測値とモデルの理論値の比率を作況指数として定義した。推計結果は Table A に示したとおりである。

11 Economic Research Service (USDA) が公表している世界の農産物需給データベースである。

12 アフリカ諸国のデータには精度の点で問題があることには留意する必要がある。

技術水準のみで単収を説明しているため、時間以外の要因が残差となる。残差には観測誤差も含まれているが、以下では気候変化の短期的要因と見なす<sup>13</sup>。

Table 1 Yield Variation of Rice

Country	Yield Code	Average	SD	Skew	Kurt	JB stat	Standard Deviation (SD) for sub periods									
							60's	70's	80's	90's	00's	10's	'60-'80	'81-'00	'00-'15	
China	YVLCH	1.000	0.057	-0.590	1.625	9.4	0.108	0.055	0.048	0.017	0.018	0.014	0.076	0.030	0.025	
India	YVLIN	1.000	0.064	-0.872	0.472	7.6	0.088	0.080	0.059	0.034	0.049	0.027	0.075	0.051	0.051	
Indonesia	YVLID	1.000	0.034	-0.297	-0.318	1.1	0.027	0.042	0.031	0.025	0.032	0.005	0.037	0.038	0.026	
Bangladesh	YVLBG	1.000	0.039	-0.591	0.130	3.3	0.042	0.046	0.029	0.056	0.028	0.017	0.040	0.045	0.025	
Vietnam	YVLVM	1.000	0.053	-1.170	1.432	17.6	0.057	0.088	0.060	0.031	0.020	0.018	0.068	0.040	0.022	
Thailand	YVLTH	1.000	0.046	-0.717	0.876	6.6	0.057	0.068	0.030	0.039	0.014	0.049	0.055	0.038	0.032	
Myanmar	YVLBM	1.000	0.054	-0.267	0.320	0.9	0.063	0.038	0.034	0.029	0.082	0.047	0.046	0.046	0.071	
Philippines	YVTRP	0.999	0.062	-0.765	0.868	7.2	0.069	0.083	0.034	0.053	0.043	0.020	0.075	0.058	0.036	
Brazil	YVLBR	1.000	0.081	0.392	1.064	4.1	0.096	0.057	0.060	0.041	0.039	0.024	0.103	0.055	0.037	
Japan	YVSRJA	1.000	0.055	-2.080	8.011	190.1	0.043	0.048	0.057	0.095	0.042	0.010	0.049	0.073	0.033	
Pakistan	YVSRPK	1.001	0.090	-0.128	-0.787	1.6	0.116	0.058	0.074	0.071	0.061	0.063	0.095	0.073	0.067	
USA	YVTUS	1.001	0.054	-0.052	-0.619	0.9	0.058	0.062	0.060	0.035	0.024	0.038	0.064	0.044	0.029	
Cambodia	YVLCB	1.000	0.114	-0.222	4.150	40.6	0.118	0.228	0.040	0.079	0.069	0.011	0.145	0.066	0.055	
Uruguay	YVTUY	1.005	0.126	0.363	0.032	1.2	0.176	0.076	0.162	0.108	0.085	0.043	0.147	0.126	0.075	
Paraguay	YVLP A	1.000	0.146	0.453	0.240	2.0	0.130	0.077	0.081	0.158	0.160	0.113	0.141	0.135	0.144	
Guyana	YVLYG	1.000	0.123	-0.252	0.723	1.8	0.208	0.107	0.095	0.070	0.045	0.101	0.155	0.091	0.073	
EU	YVLEU	1.000	0.060	-0.965	1.918	17.3	0.073	0.098	0.042	0.057	0.032	0.025	0.073	0.051	0.029	
Cote d'Ivoire	YVLIV	1.000	0.125	-0.271	0.106	0.7	0.148	0.070	0.096	0.127	0.122	0.020	0.136	0.130	0.095	
Iraq	YVLIZ	1.000	0.255	-0.782	0.453	6.2	0.336	0.161	0.127	0.171	0.325	0.133	0.262	0.275	0.264	
Senegal	YVTSG	1.020	0.243	0.364	0.162	1.3	0.274	0.265	0.172	0.108	0.088	0.060	0.306	0.108	0.157	

Source: Authors' estimation based on USDA PS&D data

Note 1: For the estimated yield functions, see Table A in appendix.

Table 1には、作況指数の平均、標準偏差などを示してある。生産量の多い国の作況変動（変動係数）が5～6%程度であること、ウルグアイやパラグアイなどの南米、セネガル、コートジボアールなどのアフリカ、中東での変動が大きいことが分かる。相関係数は概ね -0.40 から 0.5 の間にありそれほど高くはなかった<sup>14</sup>。

Table 2 Correlation Matrix of Yield Variation Index for 1960-2015

	CH	IN	ID	BG	VM	TH	BM	RP	BR	JA	PK	US	CB	UY	PA	GY	EU	IR	IV	IZ	SG	
CH	1.00																					
IN	-0.16	1.00																				
ID	-0.07	0.05	1.00																			
BG	-0.03	0.30	0.01	1.00																		
VM	0.03	0.21	0.46	-0.16	1.00																	
TH	0.22	0.02	0.26	-0.06	0.32	1.00																
BM	-0.03	0.09	-0.37	0.18	-0.09	0.04	1.00															
RP	-0.19	0.17	0.30	0.37	-0.06	-0.03	-0.12	1.00														
BR	-0.06	0.26	-0.07	0.09	0.28	-0.27	0.05	0.10	1.00													
JA	-0.01	0.00	-0.19	-0.03	-0.17	-0.09	0.09	-0.03	0.05	1.00												
PK	-0.28	0.02	0.39	-0.12	0.03	0.10	-0.15	-0.13	-0.33	0.04	1.00											
US	0.40	-0.06	0.06	-0.16	0.07	0.09	-0.13	-0.28	-0.02	0.07	-0.09	1.00										
CB	0.30	0.26	0.23	-0.10	0.36	0.31	0.03	-0.42	-0.24	0.10	0.28	0.35	1.00									
UY	-0.31	0.04	0.47	-0.21	0.00	-0.03	-0.17	0.06	0.14	0.02	0.48	-0.02	0.08	1.00								
PA	0.33	0.12	-0.24	-0.01	0.15	-0.13	0.18	-0.36	0.52	0.05	-0.20	0.15	0.26	0.03	1.00							
GY	-0.07	0.12	0.03	-0.02	0.06	-0.20	-0.09	0.32	0.40	0.06	-0.19	-0.15	-0.29	0.05	0.20	1.00						
EU	0.05	-0.01	0.09	0.15	0.01	0.06	-0.03	0.18	0.09	0.04	-0.05	-0.02	-0.16	0.06	0.07	0.03	1.00					
IR	0.13	-0.35	-0.42	-0.18	-0.27	-0.17	-0.07	-0.43	-0.07	0.05	-0.21	0.22	-0.14	-0.22	0.08	-0.16	-0.19	1.00				
IV	0.16	-0.19	-0.02	0.05	-0.32	0.19	-0.04	-0.12	-0.54	0.14	0.11	0.10	0.18	-0.08	-0.37	-0.37	-0.01	0.04	1.00			
IZ	0.09	-0.09	0.09	-0.03	-0.33	0.01	-0.14	0.07	-0.51	0.02	0.08	0.13	0.05	-0.09	-0.32	-0.31	-0.09	0.21	0.34	1.00		
SG	0.06	0.29	0.05	0.23	0.21	-0.17	-0.16	0.25	0.53	-0.02	-0.16	0.12	-0.20	0.06	0.23	0.33	0.00	0.04	-0.44	-0.34	1.00	
max	0.40	0.30	0.47	0.37	0.36	0.31	0.18	0.32	0.53	0.14	0.48	0.35	0.26	0.06	0.23	0.33	0.00	0.21	0.34	-0.34		
min	-0.31	-0.35	-0.42	-0.21	-0.33	-0.27	-0.17	-0.43	-0.54	-0.02	-0.21	-0.15	-0.29	-0.22	-0.37	-0.37	-0.19	0.04	-0.44	-0.34		
average	0.03	0.07	0.06	0.00	0.02	-0.02	-0.05	-0.06	0.00	0.05	0.00	0.10	-0.03	-0.02	-0.02	-0.09	-0.07	0.10	-0.05	-0.34		

Source: Authors' calculation

また、Table 2には、1960年～2015年の作況指数の相関行列を示した。Table 2の下段にはそれぞれの国のなかでの相関の特性を表す最大値、最小値及び平均を示してある。他の期間につ

13 長期的な気候変化要因はトレンドに吸収されていることにも留意する。

14 1990年代に、IRRIのRICE Statisticsで作況指数の相関を調べたことがあったが、高いものでも0.7程度であった。

いては相関係数行列を示すことは控えるが、データの特徴については Table B に纏めたとおりである。期間や国によっては相関係数が 0.8 を超えるペアも存在する。本研究では、気候変化と作況指数の変動や相関の間の関係を特定化することも視野に含めていたが、Table B に示されたデータを見る限り、気候変化が作況変動に及ぼすエビデンスは直観に反して観察されないようである<sup>15</sup>。国際価格変動のシミュレーションでは、1960年～2015年、1980年～2000年、2000年～2015年の相関行列を用いる。

次に、価格変動シミュレーションを行う統合型需給モデルの説明を行う。統合モデルの各国の需給構造は、

$$\begin{cases} \text{供給構造： } S_j = \text{YLDINDEX} \cdot S_j^0 \cdot P_t^\eta \\ \text{需要構造： } D_j = D_j^0 P_t^{-\varepsilon} \end{cases}$$

で表されるものと仮定する。但し、YLDINDEX は作況指数、 $\eta$  は供給の価格弾力性、 $\varepsilon$  は需要の価格弾力性である。

各国の純輸出量は

$$NE_j = \text{BeginningStock}_j + \text{MillingRate}_j \times S_j - (D_j + \text{EndingStock}_j)$$

で定義され、国際価格は国際市場の均衡条件

$$\sum NE_j = 0$$

を満たすように決定される。但し、このモデルでは初期在庫 (BeginningStock)、期末在庫 (EndingStock)、精米換算率 (MillingRate) は外生変数<sup>16</sup>とした。

統合型需給モデルで使用するベンチマークデータや諸弾力性については Table C に纏めたとおりである<sup>17</sup>。分析に用いた弾力性は ERS/USDA で 1990 年代に開発された SWOPSIM<sup>18</sup> (Static World Policy Simulation Model) のデータベースから得た。国際市場の均衡条件を満たす価格は

15 Table B から 2000年～2015年と 2006年～2015年の相関係数の分布範囲を見ると、それぞれ -0.72～0.76、-0.83～0.90 となっており変動が大きくなっているようにも読み取れるが、他の期間と比較すると一般化できる結果ではない。国・地域レベルの気象変数や収量データを用いているからかも知れない。更に細分化したデータを用いて分析するのは今後の課題である。

16 小泉 (2017) は、開発途上国での農業投資が穀物の国際需給に及ぼす影響が大きいことを指摘している。農業投資には様々な効果が考えられるが、その中でも収穫後の穀物管理が精米換算率の向上に及ぼすインパクトが大きいという。本研究では評価しないが、精米換算率向上のインパクトがコメの国際価格に及ぼす影響を無視することはできない。さらに、国際備蓄構想など在庫調整を適切に行うことで、国際価格の変動を抑えることができるが、本研究では、これを外生的に扱っている点には注意を要する。

17 表頭は分析対象となる国名及び 2 桁の国コードである。第 1 行から第 11 行は、基準年次の需給データである。作況変動の影響を除去するために、2015年～2017年の 3 カ年の平均データをとっている。第 12 行、第 13 行はベンチマーク年次の籾ベース、精米ベースでの単収水準である。第 14 行目は精米換算係数である。第 15 行、第 16 行は需要の価格弾力性、供給の価格弾力性の値を示した。

18 SWOPSIM の動学バージョン DWOPSIM (Dynamic World Policy Simulation Model) は IFPSIM (International Food Policy Simulation Model) のベースとなったモデルである。なお、開発者である



Excel Solver を用いて求めた<sup>19</sup>。なお、シミュレーションで用いる作況指数は、先ず TSP<sup>20</sup> でサンプルサイズ 1000 の標準正規分布に従う独立な疑似乱数列を対象国の数だけ生成させ、作況指数から計算した相関係数と標準偏差を利用して相関係数が観測されたデータに一致するよう調整して相関のある疑似乱数を発生させた<sup>21</sup>。調整方法の概要は補論に譲る。

### 5. 分析結果

Figure 3 は、2000年～2015年の作況指数に基づき、各国の単収変動の相関を考慮しない場合の国際価格の分布と観察された相関を再現するような疑似乱数を使った場合の国際価格の分布を比較したものである。作況変動の相関を考慮する場合の価格変動が増幅されていることを確認することができる。これは、地域間の作況変動の相関が国際価格の変動を大きくしている可能性があること示すものであり、コメの国際市場が「薄い」ことを斟酌すると、人口規模の大きな国の間での作況変動の同時性（相関）が国際価格の変動に大きな影響を及ぼしていることを確認するものである。

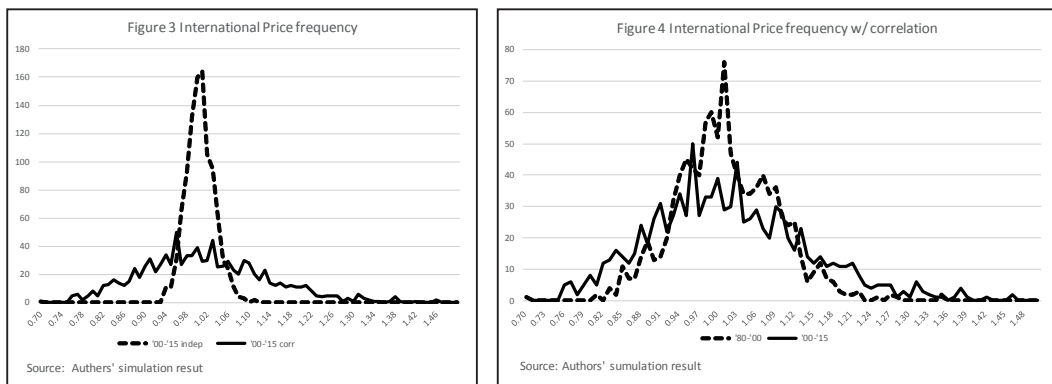


Figure 4 は、1980年～2000年の作況指数の相関と2000年～2015年の作況指数の相関に基づく国際価格の分布を比較するものである。1980年～2000年、2000年～2015年を比べると変動の幅が拡大、つまり、2000年以降不確実性が增大しているようにも見える。Table 3には、国際価格の標準偏差などを記したが、標準偏差が1.5倍になっており2000年以降の価格変動のバラツキが大きくなっていることを数値で確認することができる。

気候変化による近年の異常気象の発生頻度を考えると、気候変化により国際価格の変動が拡大していることの証左と言えるかも知れない。

Vernon Roningen は SWOPSIM、DWOPSIM の後継モデルを VORSIM として現在も開発を続けている。

19 モンテカルロ・シミュレーションは EXCEL VBA を用いて行った。

20 Time Series Processor 計量経済分析パッケージ。www.tspintl.com

21 もとになる相関のない乱数は一度発生させたものを記録し繰り返し利用した。

Table 3 International Price Variation of Rice

	1960-2015		1980-2000		2000-2015	
	indep	corr	indep	corr	indep	corr
average	1.00	1.01	1.00	1.01	1.00	1.01
stdev	0.04	0.09	0.03	0.08	0.03	0.12
min	0.88	0.79	0.92	0.81	0.93	0.75
max	1.18	1.35	1.12	1.34	1.10	1.45

Source: Authors' simulation result

## 6. まとめ

本研究では、コメの生産大国、消費大国、輸出大国を対象に作況指数を推計し、作況指数の変動と相関関係をいくつかの時期区分で確認した。直観的には近年、作物の収量変動が高まっているように感じられる。実際、変動が大きくなったり、相関が高くなったりする期間も存在するが、残念ながら変動の拡大傾向を確認することはできなかった。これをもって、気候変動がコメの作況変動を拡大させていないと断言することもできないため、引き続き検討することが必要である。また、作況変動の相関がコメの国際価格変動に大きく寄与していることを確認することができた。

シミュレーションの前提として、国境措置は考えていないこと、在庫水準は外生的であり価格変動を緩和するような政策は行わないと仮定しているため、実際に生ずる価格変動は本研究の結果より小さくなる可能性は高い点には注意する必要がある。また、本研究では、コメのみを対象として扱ったが、小麦はコメの代替財であり、これらの市場を同時に考えることで、コメと小麦の作況変動の相関や需要の代替弾力性などに依存して、国際価格の変動も変わってくる可能性がある。

もう少し集計度を落とした地域データを用いて気象変数と収量の関係を分析することやモデルの諸条件の緩和は何れも残された課題である。2008年の国際価格高騰のときに観察されたように、国際価格が逼迫する時には輸出税や関税を通して国内価格変動を緩和する政策が採られる傾向にある。これらの政策対応について分析することが次の大きな課題である。

## 参考文献

- Cynthia Rosenzweig and Martin Parry, Potential impact of climate change on world food supply, *Nature* Vol. 367, Jan 1994, 133-138.
- Furuya Jun and O. Koyama, Impact of Climate Change on World Agricultural Product Market: Estimation of Macro Yield Functions, *Journal of Agricultural Research Quarterly* 39(2), 2005, 121-134.
- Furuya Jun and Shintaro Kobayashi, Impact of global warming on agricultural product markets: stochastic world food model analysis, *Sustainable Science* 4, 2009, 71-79.
- Furuya Jun, Shintaro Kobayashi, Yukiyo Yamamoto and Motoki Nishimori, Climate Change Effects on Long-term World Crop Production: Incorporating a Crop Model into Long-term Yield Estimation, *Journal of Agricultural Research Quarterly* 49(2), 2015, 187-202.
- Patricio Grassini, Kent M. Eskridge and Kenneth G. Cassman, Distinguishing between yield advances and

yield plateaus in historical crop production trends, *Nature Communications*, ncomms3918, 2013, 1-11.

Shaobing Peng, Huang, J, Sheehy J. E. , Laza, R. C., Visperas, R.M., Zhong X., Centeno, G.S., Khush, G. S., and Cassman K. G., Rice yields decline with higher night temperature from global warming, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101(27), 2004, 9971-9975.

國光洋二・工藤亮治「将来の気候変動と稲作の総合生産性－マルムクイスト生産性指数で計測した稲作の全要素生産性に対する影響要因－」古家編著 (2016) 第5章所収。

國光洋二「気候変動と稲作所得、地域経済－動学的応用一般均衡モデルによるシミュレーション－」古家編著 (2016) 第6章所収。

小泉達治「グローバル視点から考える世界の食料需給・食料安全保障」農林統計協会、2017年

近藤洋輝「地球温暖化の最前線」成山堂書店、2009年。

辻井 博「地球温暖化で穀物の需給はどうなるか」、渡邊 (2008) 第4章所収。

深井 有「気候変動とエネルギー問題 CO<sup>2</sup>温暖化論争を超えて」中公新書、2011年。

古家 淳編著「気候変動の農業への影響と対策の評価」養賢堂、2016年。

渡邊紹裕編「地球温暖化と農業」昭和堂、2008年。

### 補論 相関を持つ乱数の発生方法

$u$  を平均0、分散1、相互に独立な成分を持つ確率変数ベクトルとする。このとき、相関行列は  $E(uu')=I$  となる。但し、 $I$  は単位行列である。ここで、 $v=Tu$  なる線形変換をとると、確率変数ベクトル  $v$  の相関行列は  $E(vv')=E(Tuu'T')=TT'$  となる。 $TT'$  が、与えられた相関係数行列  $\Omega$  に一致するように行列  $T$  を定めよう。相関係数行列  $\Omega$  は対称かつ正値なので、ある行列  $P$  が存在して  $\Omega=PP'$  と書ける。従って、 $T=P$  と取れば良いことを知る。一般化最小二乗法を導出するときと同じ手順である。これは、相互に独立な乱数から、与えられた相関を持つ乱数が生成できることを示すものである。 $\Omega$  の  $PP'$  への分解は、 $\Omega$  が直交行列で対角化可能であること、固有値がすべて正であることを利用して求めることができるが、Cholesky 分解を用いることも可能である。Cholesky 分解はLU分解の特別な場合で、下三角行列  $L$  を用いて、 $\Omega=LL'$  と分解するものである。本論文では、相関係数行列を Cholesky 分解することで、相関のある乱数を発生させた。

Table A Estimation result of rough rice yield function

Country (Region)	functional form	Estimation result of yield function									
		Coefficients for yield function				p-values				fitness	
		a	b	c	d	a	b	c	d	R <sup>2</sup>	Adj-R <sup>2</sup>
Bangladesh	Logistic	1.585	5.164	-0.104	41.990	0.00	0.00	0.00	0.00	0.990	0.989
Brazil	Logistic	1.351	7.143	-0.109	48.573	0.00	0.00	0.00	0.00	0.986	0.985
Burma	Logistic	1.621	2.751	-0.317	20.431	0.00	0.00	0.00	0.00	0.925	0.921
Cambodia	Logistic	1.157	2.525	-0.176	39.926	0.00	0.00	0.00	0.00	0.910	0.904
China	Logistic	1.730	6.762	-0.107	19.714	0.00	0.00	0.00	0.00	0.981	0.980
Cote d'Ivoire	Logistic	1.069	2.673	-0.182	46.529	0.00	0.00	0.00	0.00	0.880	0.873
EU-15	Logistic	4.848	6.628	-0.136	27.191	0.00	0.00	0.04	0.00	0.791	0.779
Guyana	Logistic	1.349	5.696	-0.062	33.413	0.06	0.00	0.06	0.00	0.888	0.881
India	Logistic	1.156	4.019	-0.074	33.219	0.00	0.00	0.00	0.00	0.963	0.961
Indonesia	Logistic	1.934	4.608	-0.203	20.319	0.00	0.00	0.00	0.00	0.984	0.983
Iran	Logistic	2.982	0.026			0.00	0.00			0.525	0.516
Iraq	Logistic	2.395	4.146	-0.749	50.350	0.00	0.00	0.28	0.00	0.372	0.336
Japan	Sqrt Trend	4.335	0.319			0.00	0.00			0.738	0.733
Pakistan	Sqrt Trend	0.807	0.345			0.00	0.00			0.880	0.878
Paraguay	Logistic	2.079	8.119	-0.104	52.830	0.00	0.04	0.02	0.00	0.834	0.824
Philippines	Linear Trend	1.029	0.053			0.00	0.00			0.975	0.975
Senegal	Linear Trend	0.710	0.049			0.00	0.00			0.801	0.798
Thailand	Logistic	1.773	2.863	-0.151	35.526	0.00	0.00	0.00	0.00	0.943	0.940
United States	Linear Trend	2.581	0.704			0.00	0.00			0.889	0.887
Uruguay	Linear Trend	2.546	0.097			0.00	0.00			0.876	0.873
Vietnam	Logistic	1.742	6.932	-0.093	41.706	0.00	0.00	0.00	0.00	0.989	0.988

Source: Authors' estimation for yield function.

Note Functional form of linear trend is  $\text{yield} = a + b T$ , that of Sqrt Trend is  $\text{yield} = a + b \text{SQRT}(T)$ .

Table B Summary of the correlation in Yield Variation Index

X	1960 2015	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.40	0.30	0.47	0.37	0.36	0.31	0.18	0.32	0.53	0.14	0.48	0.35	0.26	0.06	0.23	0.33	0.00	0.21	0.34	-0.34	0.53	-0.34
	min	-0.31	-0.35	-0.42	-0.21	-0.33	-0.27	-0.17	-0.43	-0.54	-0.02	-0.21	-0.15	-0.29	-0.22	-0.37	-0.37	-0.19	0.04	-0.44	-0.34	0.04	-0.54
	average	0.03	0.07	0.06	0.00	0.02	-0.02	-0.05	-0.06	0.00	0.05	0.00	0.10	-0.03	-0.02	-0.02	-0.09	-0.07	0.10	-0.05	-0.34	0.10	-0.34
	1960 1980	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.75	0.47	0.72	0.45	0.43	0.38	0.25	0.42	0.67	0.26	0.42	0.54	0.24	0.24	0.37	0.54	-0.06	0.31	0.81	-0.62	0.81	-0.62
	min	-0.50	-0.38	-0.47	-0.34	-0.56	-0.36	-0.31	-0.50	-0.80	-0.13	-0.47	-0.31	-0.47	-0.57	-0.46	-0.66	-0.41	0.06	-0.69	-0.62	0.06	-0.80
	average	0.01	0.13	0.05	-0.01	0.05	-0.02	0.00	-0.08	0.01	0.00	-0.08	0.11	-0.03	-0.07	-0.01	-0.18	-0.25	0.22	0.06	-0.62	0.22	-0.62
	1960 1990	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.52	0.48	0.64	0.36	0.41	0.35	0.17	0.41	0.62	0.15	0.47	0.48	0.21	0.12	0.35	0.40	-0.05	0.24	0.75	-0.59	0.75	-0.59
	min	-0.44	-0.35	-0.50	-0.31	-0.43	-0.35	-0.25	-0.51	-0.71	-0.19	-0.37	-0.20	-0.37	-0.27	-0.45	-0.44	-0.28	0.11	-0.65	-0.59	0.11	-0.71
	average	0.03	0.10	0.03	0.00	0.03	-0.02	-0.04	-0.07	0.00	0.02	-0.06	0.12	-0.04	-0.06	-0.03	-0.13	-0.16	0.17	0.05	-0.59	0.17	-0.59
	1971 1990	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.38	0.51	0.64	0.55	0.73	0.41	0.33	0.61	0.59	0.43	0.46	0.55	0.38	0.34	0.34	0.36	0.04	0.19	0.14	0.09	0.73	0.04
	min	-0.48	-0.32	-0.53	-0.52	-0.33	-0.30	-0.45	-0.57	-0.58	-0.51	-0.53	-0.10	-0.20	-0.30	-0.46	-0.25	-0.29	0.05	-0.06	0.09	0.09	-0.58
	average	0.11	0.09	0.05	0.00	0.04	0.00	-0.11	-0.03	-0.02	0.03	-0.03	0.11	0.00	-0.05	-0.07	0.01	-0.20	0.13	0.04	0.09	0.13	-0.20
X	1981 2000	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.31	0.38	0.73	0.60	0.29	0.31	0.45	0.53	0.39	0.54	0.51	0.40	0.43	0.20	0.35	0.33	0.43	-0.01	-0.06	0.21	0.73	-0.06
	min	-0.36	-0.67	-0.72	-0.37	-0.33	-0.50	-0.60	-0.79	-0.42	-0.26	-0.54	-0.25	-0.26	-0.33	-0.37	-0.25	0.19	-0.33	-0.13	0.21	0.21	-0.79
	average	0.03	-0.06	0.04	0.02	-0.11	-0.01	-0.10	-0.03	-0.09	0.15	0.02	0.08	0.04	0.00	-0.08	0.01	0.32	-0.14	-0.09	0.21	0.32	-0.14
X	2000 2015	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.76	0.61	0.72	0.47	0.66	0.34	0.47	0.55	0.50	0.51	0.42	0.51	0.58	0.33	0.22	0.27	0.39	0.63	0.04	0.17	0.76	0.04
	min	-0.51	-0.49	-0.61	-0.70	-0.50	-0.72	-0.47	-0.60	-0.50	-0.56	-0.35	-0.39	-0.54	-0.45	-0.26	-0.17	-0.15	-0.44	-0.47	0.17	0.17	-0.72
	average	0.18	0.13	0.09	0.00	0.08	-0.04	-0.04	-0.02	0.07	-0.06	0.10	0.07	-0.05	-0.04	-0.05	0.04	0.15	-0.03	-0.21	0.17	0.18	-0.21
	2006 2015	YVLCH	YVLIN	YVLID	YVLBG	YVLVM	YVLTH	YVLBM	YVTRP	YVLBR	YVSQRJA	YVSQRPK	YVTUS	YVLCB	YVTUY	YVLP	YVLGY	YVLEU	YVSQRIR	YVLIV	YVLIZ	max	min
	max	0.65	0.83	0.80	0.58	0.67	0.49	0.90	0.73	0.64	0.57	0.45	0.49	0.72	0.32	0.56	0.34	0.22	0.38	0.46	0.30	0.90	0.22
	min	-0.58	-0.43	-0.26	-0.69	-0.64	-0.83	-0.13	-0.69	-0.30	-0.32	-0.69	-0.37	-0.46	-0.62	-0.17	-0.23	-0.16	-0.13	0.20	0.30	0.30	-0.83
	average	0.19	0.15	0.14	-0.01	0.06	-0.06	0.18	-0.02	0.19	0.12	0.06	0.09	0.04	-0.05	0.24	0.08	0.04	0.05	0.33	0.30	0.33	-0.06

Source: Authors' calculation.

Note: X means that the data is used for simulation analysis.

Table C Data set used in the analysis

Average2015-2017	China	India	Indonesia	Bangladesh	Vietnam	Thailand	Burma	Philippines	Brazil	Japan	Pakistan	United Statr	Cambodia	Uruguay	Paraguay	Guyana	European U	Iran	Cote d'Ivoire	Iraq	Senegal	ROW	Total
Country Code	CH	IN	ID	BG	VM	TH	BM	RP	BR	JA	PK	US	CB	UY	PA	GY	E2	IR	IV	IZ	SG	ROW	TOT
L01 Milling Rate (.9999)	0.70	0.67	0.64	0.67	0.63	0.66	0.64	0.63	0.68	0.73	0.67	0.70	0.64	0.70	0.67	0.65	0.69	0.66	0.65	0.67	0.68	0.67	0.67
L02 Area Harvested	30,123.3	43,649.7	12,180.0	11,671.0	7,714.0	10,130.3	6,966.7	4,582.0	2,031.0	1,572.0	2,709.0	1,089.3	3,075.0	163.3	150.0	182.0	440.0	625.0	972.7	59.3	273.7	19,770.0	160,129.3
L03 Beginning Stocks	63,583.7	18,916.7	3,719.7	1,216.7	1,324.3	8,342.0	613.3	2,172.0	504.7	2,575.0	1,152.3	1,496.3	251.3	86.7	50.0	131.0	1,154.0	504.7	442.3	119.7	244.7	8,760.0	117,361.0
L04 Domestic Consumption	143,500.0	96,189.3	37,600.0	35,000.0	22,566.7	10,866.7	10,633.3	12,900.0	7,908.3	8,550.0	2,900.0	3,800.7	3,716.7	60.7	31.0	180.0	3,650.0	3,116.7	2,766.7	1,158.3	1,686.7	66,196.7	474,978.3
L05 Ending Stocks	69,415.0	19,900.0	3,555.7	1,003.7	1,378.7	6,086.3	517.7	2,067.3	479.3	2,327.0	1,059.0	1,285.7	240.3	47.0	43.7	99.0	1,131.3	503.3	387.0	80.0	219.0	8,271.7	120,097.7
L06 Exports	658.7	11,013.3	14.0	1.3	5,392.0	10,122.3	1,900.0	0.0	665.7	75.0	4,033.3	3,488.7	1,250.0	932.3	509.0	465.3	290.7	0.0	26.7	0.0	10.0	2,175.0	43,023.3
L07 Imports	5,116.7	0.0	666.7	300.0	266.7	17.7	1,500.0	684.7	693.7	6.7	759.7	23.3	0.0	2.0	0.0	1,851.3	1,333.3	1,350.0	966.7	1,023.3	23,092.7	40,250.7	
L08 Production	144,873.3	108,186.0	36,783.3	34,192.7	27,713.0	18,466.7	12,420.0	11,295.3	7,864.0	7,683.3	6,833.3	6,319.0	4,932.3	953.3	531.7	613.3	2,066.7	1,782.0	1,388.0	152.0	647.7	44,790.7	480,487.7
L09 Rough Production	206,962.0	162,295.7	57,926.7	51,294.0	44,340.7	27,979.7	19,406.3	17,929.0	11,564.7	10,554.3	10,251.0	9,027.0	7,706.7	1,361.7	793.7	943.7	2,981.3	2,700.0	2,135.3	228.3	952.3	67,224.0	716,558.0
L10 Total Distribution	213,573.7	127,102.7	41,169.7	36,005.0	29,337.3	27,075.3	13,051.0	14,967.3	9,053.3	10,952.0	7,992.3	8,575.0	5,207.0	1,040.0	583.7	744.3	5,072.0	3,620.0	3,180.3	1,238.3	1,915.7	76,643.3	638,099.3
L11 Total Supply	213,573.7	127,102.7	41,169.7	36,005.0	29,337.3	27,075.3	13,051.0	14,967.3	9,053.3	10,952.0	7,992.3	8,575.0	5,207.0	1,040.0	583.7	744.3	5,072.0	3,620.0	3,180.3	1,238.3	1,915.7	76,643.3	638,099.3
L12 Rough Rice Based Yield	6.87	3.72	4.76	4.39	5.75	2.76	2.79	3.91	5.69	6.71	3.78	8.29	2.51	8.34	5.29	5.18	6.78	4.32	2.20	3.85	3.48	3.40	4.47
L13 Milled Rice Based Yield	4.81	2.48	3.02	2.93	3.59	1.82	1.78	2.47	3.87	4.89	2.52	5.80	1.60	5.84	3.54	3.37	4.70	2.85	1.43	2.56	2.37	2.27	3.00
L14 Milling Rate (.9999)	0.70	0.67	0.64	0.67	0.63	0.66	0.64	0.63	0.68	0.73	0.67	0.70	0.64	0.70	0.67	0.65	0.69	0.66	0.65	0.67	0.68	0.67	0.67
L15 price elasticity of demand	-0.12	-0.50	-0.30	-0.15	-0.30	-0.10	-0.15	-0.33	-0.45	-0.25	-0.50	-0.25	-0.30	-0.40	-0.40	-0.20	-0.50	-0.40	-0.07	-0.40	-0.07	-0.29	-0.67
L16 price elasticity of supply	0.15	0.40	0.30	0.20	0.30	0.33	0.20	0.25	0.40	0.50	0.40	0.40	0.30	0.55	0.55	0.15	0.35	0.22	0.15	0.22	0.15	0.31	0.31
L17 Beginning Stock	63,583.7	18,916.7	3,719.7	1,216.7	1,324.3	8,342.0	613.3	2,172.0	504.7	2,575.0	1,152.3	1,496.3	251.3	86.7	50.0	131.0	1,154.0	504.7	442.3	119.7	244.7	8,760.0	117,361.0
L18 Ending Stock	69,415.0	19,900.0	3,555.7	1,003.7	1,378.7	6,086.3	517.7	2,067.3	479.3	2,327.0	1,059.0	1,285.7	240.3	47.0	43.7	99.0	1,131.3	503.3	387.0	80.0	219.0	8,271.7	120,097.7
L19 Net Export	-4,458.0	11,013.3	-652.7	-594.3	5,092.0	9,855.7	1,882.3	-1,500.0	-19.0	-618.7	4,026.7	2,729.0	1,226.7	932.3	507.0	465.3	-1,560.7	-1,333.3	-1,323.3	-966.7	-1,013.3	-20,917.7	2,772.7
L20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
L21 BM Yld Index	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
L22 CF Yld Index	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
L23																							
L24 BM Milling Rate	0.700	0.667	0.635	0.667	0.625	0.660	0.640	0.630	0.680	0.728	0.667	0.700	0.640	0.700	0.670	0.650	0.693	0.660	0.650	0.666	0.680	0.666	0.671
L25 CF Milling Rate	0.700	0.667	0.635	0.667	0.625	0.660	0.640	0.630	0.680	0.728	0.667	0.700	0.640	0.700	0.670	0.650	0.693	0.660	0.650	0.666	0.680	0.666	0.671

Source: See main text.





# Covariance Matrix of Quasi-Maximum Likelihood Estimator of ARFIMA Models

Manabu ASAI\*

**Abstract:** This paper introduces the asymptotic distribution of the quasi-maximum likelihood (QML) estimator for multivariate long memory processes, derived by Hosoya (1997). This paper applies the results to obtain the asymptotic covariance matrix of an autoregressive fractionally integrated moving average process, and investigates finite sample properties of the QML estimator.

**Keywords:** Long Memory; Spectral Density; Asymptotic Distribution.

**JEL:** Classification: C13, C22.

## 1. Introduction

This paper introduces asymptotic theory of Hosoya (1997) for general multivariate long memory processes, and applies it to an autoregressive fractionally integrated moving average (ARFIMA) process.

We start from a general notation as in Hosoya (1997). Let  $\{z(t); t \in J\}$  be the vector-valued linear process.

$$z(t) = \sum_{j=0}^{\infty} G(j, \psi) e(t-j), \quad t \in J, \quad (1)$$

where  $J$  denotes the set of all integers; the  $z(t)$ 's are  $q$ -vectors and the  $e(t)$ 's are  $p$ -vectors such that  $E[e(t)] = 0$  and  $E[e(t)e(s)'] = \delta(t,s)K(\psi)$  for  $K(\psi)$  a nonsingular  $p \times p$  matrix;  $\delta(x,y)$  is the Kronecker's delta, which is the indicator function such that  $\delta(x,y) = 1$  if  $x = y$  and  $\delta(x,y) = 0$  otherwise; Assume that  $\psi \in \Psi$ , where  $\Psi$  is a compact subset of  $R^m$  with nonempty interior; the coefficient matrices  $G(j)$  are  $q \times p$  and the components of  $z$ ,  $e$  and  $G$  are all real. Under the assumption

$$\sum_{j=0}^{\infty} G(j)K(G(j))^* < \infty,$$

the process  $\{z(t)\}$  is a second-order stationary process and has a spectral density matrix  $f(\omega)$  as

---

\* Faculty of Economics, Soka University. The author is most grateful to Yoshi Baba for very helpful comments and suggestions.

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} k(\omega; \psi) K k(\omega; \psi)^*, \quad (2)$$

where  $k(\omega; \psi) = \sum_{j=0}^{\infty} G(j, \psi) e^{i\omega j}$

Hosoya (1997) derived the limiting theory for the quasi-maximum likelihood (QML) estimator, based on the Whittle likelihood. Using the results, this paper derives the asymptotic covariance matrix of the QML estimator for ARFIMA process. The organization of the paper is as follows. Section 2 explains the general framework of Hosoya (1997) for the QML estimation of long memory processes. Section 3 provides the asymptotic covariance matrix for ARFIMA(1,d,1) process, and Section 4 shows finite sample performance of the QML estimator. Section 5 gives concluding remarks.

## 2. Quasi-Maximum Likelihood Estimator

This section shortly explains the limiting theory of Hosoya (1997) for quasi-maximum likelihood (QML) estimation of multivariate long memory time series processes.

Let  $I_n(z, \omega)$  is the periodogram matrix defined by

$$I_n(z, \omega) = w_n(\omega) w_n(\omega)^*, \quad -\pi < \omega \leq \pi,$$

where  $w_n(\omega)$  is the finite Fourier transform defined by

$$w_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{t=1}^n z(t) e^{it\omega}.$$

For the purpose of deriving the quasi-likelihood function, assume that the process  $z(t)$  is Gaussian for a while. Choose the frequencies  $\omega_j, j = 1, \dots, n$ , equispaced in the torus  $(-\pi, \pi]$  in such a way that  $f(\omega)$  is continuous at  $\omega = \omega_j$ . Then the finite Fourier transform  $w_n(\omega_j), j = 1, \dots, n$ , have a complex-valued multivariate normal distribution and for large  $n$  they are approximately independent, each with probability density function

$$\pi^{-q/2} \{\det f(\omega_j; \psi)\}^{-1/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} \text{tr} \{ f^{-1}(\omega_j; \psi) w_n(\omega_j) w_n(\omega_j)^* \} \right], \\ j = 1, \dots, n.$$

Since  $w_n(\omega_j), j = 1, \dots, n$ , constitute a sufficient statistic for  $\psi$ , an approximate log-likelihood function of  $\psi$  based on  $\{z(1), \dots, z(n)\}$  is given, up to constant multiplication, by

$$-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [\log \det f(\omega_j; \psi) + \text{tr} \{ f^{-1}(\omega_j; \psi) I_n(z, \omega_j) \}]. \quad (3)$$

In integral form, the equation (3) has the expression

$$\bar{L}_n(\psi) = -\frac{n}{4\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} \log \det f(\omega; \psi) d\omega + \int_{-\pi}^{\pi} \text{tr} \{ f^{-1}(\omega; \psi) I_n(z, \omega) \} d\omega \right]. \quad (4)$$

The function  $\bar{L}_n(\psi)$  is called the quasi-log-likelihood function. The approximation was originally proposed by Whittle (1952) for scalar-valued stationary processes; see also Dunsmuir and Hannan (1976) and Taniguchi and Kakizawa (2000)].

Let  $\psi_0$  and  $\bar{\psi}_n$  be the true value of  $\psi$  generating (1) and the QML estimator obtained by maximizing  $\bar{L}_n(\psi)$ , respectively. Define a quantity

$$R_j(\psi) = H_j(\psi) + \int_{-\pi}^{\pi} \text{tr}\{h_j(\omega, \psi)f(\omega)\}d\omega,$$

where

$$H_j(\psi) = \frac{\partial}{\partial \psi_j} \int_{-\pi}^{\pi} \log \det f(\omega; \psi) d\omega,$$

$$h_j(\omega; \psi) = \frac{\partial}{\partial \psi_j} f^{-1}(\omega; \psi),$$

and assume that they are measurable with respect to  $\psi$  a.e.  $\omega$ . Under mild regularity conditions, Hosoya (1997) shows that if  $R$  is differentiable at  $\psi = \psi_0$  and the matrix of derivatives  $W_{jl} = \partial R_j / \partial \psi_l$  is denoted by  $W$ ,  $\sqrt{n}(\bar{\psi}_n - \psi_0)$  has the asymptotic normal distribution with mean 0 and covariance matrix  $W^{-1}U(W^*)^{-1}$ , where  $U$  is the matrix whose  $(j, l)$ th element is represented as

$$U_{jl} = 4\pi \int_{-\pi}^{\pi} \text{tr} [h_j(\omega; \psi_0)f(\omega)h_l(\omega; \psi_0)f(\omega)] \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega$$

$$+ 2\pi \sum_{a,b,c,d=1}^m \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [k^*(\omega_1)h_j(\omega_1; \psi_0)k(\omega_1)]_{ab} \Big|_{\psi=\psi_0}$$

$$\times [k^*(\omega_2)h_l(\omega_2; \psi_0)k(\omega_2)]_{cd} \Big|_{\psi=\psi_0}$$

$$\times Q_{a,b,c,d}^e(\omega_1, \omega_2, -\omega_2) d\omega_1 d\omega_2,$$

where  $[ ]_{ab}$  denotes the  $(a,b)$ th element of the matrix in the bracket (see Dunsmuir (1979)), and

$$Q_{abcd}^e(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$$

$$= (2\pi)^{-3} \sum_{t_1, t_2, t_3=-\infty}^{\infty} \exp\{-i(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3)\} \tilde{Q}_{abcd}^e(t_1, t_2, t_3),$$

with the joint fourth cumulant of  $e_a(t)$ ,  $e_b(t + t_1)$ ,  $e_c(t + t_2)$ , and  $e_d(t + t_3)$ . Taniguchi (1982) suggested a consistent estimator for  $Q_{abcd}^e(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ .

Hosoya (1997) and Taniguchi and Kakizawa (2000) discusses the case when the integral in the second term of  $U_{ij}$  is simplified. If the cumulant of  $\{e_a(t_1), e_b(t_2), e_c(t_3), e_d(t_4)\}$  is  $C_{abcd}$  for  $t_1 = t_2 = t_3 = t_4$  and 0 otherwise,  $U_{jl}$  reduces to

$$\begin{aligned}
U_{jl} = & 4\pi \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{tr} [h_j(\omega; \psi_0) f(\omega) h_l(\omega; \psi_0) f(\omega)] d\omega \Big|_{\psi=\psi_0} \\
& + \sum_{a,b,c,d=1}^m C_{abcd} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} k^*(\omega_1) h_j(\omega_1; \psi_0) k(\omega_1) \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega_1 \right]_{ab} \\
& \quad \times \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} k^*(\omega_2) h_l(\omega_2; \psi_0) k(\omega_2) \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega_2 \right]_{cd} .
\end{aligned}$$

In the next section, we apply the results of Hosoya (1997) to obtain the asymptotic covariance matrix,  $W^{-1}U(W^*)^{-1}$ , for an ARFIMA(1,d,1) process.

### 3. Asymptotic Covariance Matrix for ARFIMA Process

Consider a univariate ARFIMA(1,d,1) process:

$$(1 - \phi B)(1 - B)^d z(t) = (1 - \theta B)e(t),$$

where  $B$  is the backward shift operator, and  $e(t)$  is a white noise with mean zero and variance  $\sigma^2$ .

We set  $\psi = (\phi, \theta, \sigma)'$ . We assume that  $|d| < 1/2$ ,  $|\phi| < 1$ , and  $|\theta| < 1$  so that  $z(t)$  is stationary and invertible, and  $z(t)$  has infinite moving-average representation

$$z(t) = (1 - B)^{-d}(1 - \phi B)^{-1}(1 - \theta B)e(t) = \sum_{j=0}^{\infty} G(j, \psi)e(t - j).$$

By definition, we obtain:

$$k(\omega; \psi) = \frac{(1 - \theta e^{i\omega})}{(1 - \phi e^{i\omega})(1 - e^{i\omega})^d},$$

and hence the spectral density function is:

$$f(\omega) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{|1 - \theta e^{i\omega}|^2}{|1 - \phi e^{i\omega}|^2 |1 - e^{i\omega}|^{2d}} = \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{(1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega))}{(1 + \phi^2 - 2\phi \cos(\omega)) 2^d (1 - \cos(\omega))^d},$$

In the following, the asymptotic covariance matrix of the QML estimator is derived, by using the results of Hosoya (1997).

The log of the spectral density function and their derivatives are:

$$\begin{aligned}
\log f(\omega) = & -\log(2\pi) + 2 \log \sigma - d \log 2 - d \log(1 - \cos(\omega)) \\
& - \log(1 + \phi^2 - 2\phi \cos(\omega)) + \log(1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega))
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial d} = -\log[2(1 - \cos(\omega))]$$

$$\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \phi} = -\frac{2(\phi - \cos(\omega))}{(1 + \phi^2 - 2\phi \cos(\omega))}$$

$$\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \theta} = \frac{2(\theta - \cos(\omega))}{(1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega))}$$

$$\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \sigma} = \frac{2}{\sigma}.$$

The integral of the log of the spectral density from  $-\pi$  to  $\pi$  is give by:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \log f(\omega) d\omega = -2\pi \log(2\pi) + 4\pi \log \sigma.$$

As a result, we obtain

$$H_j(\psi) = \frac{\partial}{\partial \psi_j} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\omega) d\omega = \begin{cases} 0 & (j = 1, 2, 3) \\ 4\pi/\sigma & (j = 4) \end{cases}$$

and

$$W_{jl}^{(1)} \equiv \frac{\partial}{\partial \psi_l} H_j(\psi) \Big|_{\psi=\psi_0} = \begin{cases} -4\pi/\sigma_0^2 & (j = l = 4) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

which will be used to evaluate  $W$ .

Since the integral and derivative operators are exchangeable,

$$\frac{\partial}{\partial \psi_l} \int_{-\pi}^{\pi} h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi_0) d\omega \Big|_{\psi=\psi_0} = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega; \psi_0) \frac{\partial}{\partial \psi_l} h_j(\omega; \psi) \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega,$$

Then, we obtain  $W^{(2)} = \{W_{jl}^{(2)}\}$ , where

$$W_{jl}^{(2)} \equiv \frac{\partial}{\partial \psi_l} \int_{-\pi}^{\pi} h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi_0) d\omega \Big|_{\psi=\psi_0}$$

yielding:

$$\begin{aligned} W &= W^{(1)} + W^{(2)} \\ &= 4\pi \begin{pmatrix} \frac{1}{6}\pi^2 & -\frac{1}{\phi_0} \log(1 - \phi_0) & \frac{1}{\theta_0} \log(1 - \theta_0) & 0 \\ -\frac{1}{\phi_0} \log(1 - \phi_0) & \frac{1}{1-\phi_0^2} & \frac{1}{1-\phi_0\theta_0} & 0 \\ \frac{1}{\theta_0} \log(1 - \theta_0) & \frac{1}{1-\phi_0\theta_0} & \frac{1}{1-\theta_0^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{\sigma_0^2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(see Appendix A.1 for the derivation of  $W_{jl}^{(2)}$ ).

As shown in Appendix A.1,  $h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi) = h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi) = -\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi}$ . As a result, the first term of  $U = \{U_{jl}\}$  is given by:

$$U_{jl}^{(1)} = 4\pi \int_{-\pi}^{\pi} \left( -\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi} \right) \left( -\frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi} \right)' \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega = 4\pi W^{-1}.$$

The last equality was obtained by the direct calculation as in Appendix A.1.

The second term is given by:

$$U^{(2)} = \kappa_4 \left[ \frac{1}{\sigma_0^2} \int_{-\pi}^{\pi} -\frac{\partial \log f(\omega_1)}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega_1 \right] \left[ \frac{1}{\sigma_0^2} \int_{-\pi}^{\pi} -\frac{\partial \log f(\omega_2)}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_0} d\omega_2 \right]'$$

$$= \left( \frac{\mu_4}{\sigma_0^4} - 3 \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16\pi^2/\sigma_0^2 \end{pmatrix},$$

where  $\kappa_4$  and  $\mu_4$  are the fourth cumulant and the fourth central moment of  $e(t)$ , respectively (see Appendix A.2 for the derivatives of  $\log f(\omega)$ ). The last equality uses the relationship between  $\kappa_4$  and  $\mu_4$  such that  $\kappa_4 = \mu_4 - 3\sigma^4$ .

Finally, the asymptotic covariance matrix of the QML estimator is given by:

$$W^{-1}U(W^*)^{-1} = 4\pi W^{-1} + (\kappa_4 - 3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_0^2/4 \end{pmatrix}$$

where  $W$  is defined by (5). The structure of the asymptotic covariance matrix indicates that (i) the QML estimators of  $(d, \phi, \theta)$  and  $\sigma$  are asymptotically independent; (ii) the non-normality of  $e(t)$  has no effect on the asymptotic covariance matrix for  $(d, \phi, \theta)$ ; (iii) the asymptotic variance of  $d$  is  $6/\pi^2$  when  $\phi = \theta = 0$ .

#### 4. Monte Carlo Experiments

This section investigates the finite sample properties of the QML estimator for the ARFIMA(1, $d$ ,0) process. Two kinds of parameter values are selected as:

$$(d, \phi, \sigma) = \{(0.4, -0.1, 0.3), (0.2, 0.6, 1)\}.$$

For each parameters, two samples of the size  $n = 128$  and  $n = 256$  are generated with 5000 replications. Consider two kinds of disturbances:

Distribution 1:  $e(t) \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2)$

Table 1: Finite Sample Performance of the ML Estimator

Para.	True	$n = 128$			$n = 256$		
		Mean	Std.Dev.	RMSE	Mean	Std.Dev.	RMSE
DGP 1							
$d$	0.4	0.3536	0.1690	0.1752	0.3844	0.0973	0.0986
$\phi$	-0.1	-0.0548	0.1816	0.1871	-0.0845	0.1123	0.1134
$\sigma$	0.3	0.2986	0.0184	0.0184	0.3003	0.0134	0.0134
DGP 2							
$d$	0.2	0.1897	0.2038	0.2040	0.1754	0.1724	0.1742
$\phi$	0.6	0.5763	0.1967	0.1981	0.5992	0.1631	0.1631
$\sigma$	1.0	1.0031	0.0629	0.0630	1.0037	0.0455	0.0456

$$\text{Distribution 2: } \epsilon(t) = \sigma \times \frac{\log(w(t)) - E[\log(w(t))]}{\sqrt{V[\log(w(t))]}}, \quad w(t) \sim \text{i.i.d.} \chi^2(1),$$

for the maximum likelihood estimation for the former and the QML estimation for the latter. The fourth central moments of Distributions 1 and 2 are  $3\sigma^4$  and  $7\sigma^4$ , respectively (see Appendix for the first four moments of  $\log(w(t))$ ). By the definition, Distribution 2 is leptokurtic.

Table 1 shows the sample means, standard deviations, and root mean squared errors of the ML estimators for the Gaussian disturbance. The bias in  $d$  is relatively large when the true value of  $d$  is close to zero. The bias in  $\phi$  has the same tendency. The bias in  $\sigma$  is negligible for  $n = 128$ . The ML estimator has smaller RMSEs for larger sample size.

Table 2 presents the sample covariance matrix of ML estimates multiplied by  $n$ . As sample size increases, the sample covariance matrix of  $(\hat{d}, \hat{\phi})$  approaches to the true value gradually. Table 2 implies that it requires at least  $n > 256$  to guarantee the accuracy of sample covariance matrix of  $(\hat{d}, \hat{\phi})$ . On the contrary, the sample covariances for the pair of  $(\hat{d}, \hat{\sigma})$ ,  $(\hat{\phi}, \hat{\sigma})$ , and  $(\hat{\sigma}, \hat{\sigma})$  are close to the true values when  $n = 128$ .

Table 3 shows the sample means, standard deviations, and root mean squared errors of the QML estimators for the leptokurtotic distribution (Distribution 2). Compared to Table 1, the standard deviation and RMSE for the estimator of  $\sigma$  are large, reflecting the effect of leptokurtotic distribution. As in the theoretical result, the standard deviation and RMSE for  $(\hat{d}, \hat{\phi})$  are similar to the results of Table 1.

Table 4 presents the  $n$  times sample covariance matrix of QML estimates for Distribution 2. The sample covariance matrices except for the pair of  $(\hat{\sigma}, \hat{\sigma})$  are close to those of Table 2. The sample covariance matrices for the pair of  $(\hat{\sigma}, \hat{\sigma})$  are about 3 times of the values of Table 2, reflecting the leptokurtosis of Distribution 2.

The Monte Carlo results support the consistency of ML and QML estimators. A sample size greater than 256 is required to guarantee the accuracy of the asymptotic covariance matrix.

Table 2: Sample Covariance Matrix of ML Estimates

Pair	DGP 1			DGP 2		
	True	$n = 128$	$n = 256$	True	$n = 128$	$n = 256$
$(\hat{d}, \hat{d})$	1.3412	3.6551	2.4244	6.5646	5.3142	7.6117
$(\hat{d}, \hat{\phi})$	-1.2655	-3.4022	-2.2788	-6.4161	-4.6633	-6.7544
$(\hat{d}, \hat{\sigma})$	0	0.0720	0.0523	0	0.1055	0.1424
$(\hat{\phi}, \hat{\phi})$	2.1841	4.2215	3.2299	6.9109	4.9503	6.8058
$(\hat{\phi}, \hat{\sigma})$	0	-0.0638	-0.0468	0	-0.0628	-0.0921
$(\hat{\sigma}, \hat{\sigma})$	0.0450	0.0433	0.0457	0.5000	0.5067	0.5294

Note: The entry is  $n$  times the sample covariance matrix and corresponding true value calculated by equation (6).

Table 3: Finite Sample Performance of the QML Estimator

Para.	True	$n = 128$			$n = 256$		
		Mean	Std.Dev.	RMSE	Mean	Std.Dev.	RMSE
DGP 1							
$d$	0.4	0.3500	0.1713	0.1784	0.3844	0.0945	0.0958
$\phi$	-0.1	-0.0542	0.1838	0.1894	-0.0847	0.1094	0.1105
$\sigma$	0.3	0.2965	0.0317	0.0319	0.2985	0.0226	0.0226
DGP 2							
$d$	0.2	0.1775	0.2024	0.2036	0.1773	0.1711	0.1726
$\phi$	0.6	0.5864	0.1885	0.1890	0.5975	0.1624	0.1624
$\sigma$	1.0	0.9964	0.1084	0.1085	0.9978	0.0762	0.0763

## 5. Concluding Remarks

This paper introduced the asymptotic results of Hosoya (1997) for the QML estimator of long memory processes, and obtained the asymptotic covariance matrix of ARFIMA(1, $d$ ,1) model. The asymptotic covariance matrix indicates that (i) the QML estimator of  $\sigma$  and other parameters are asymptotically independent; (ii) the non-normality of disturbances only affect the asymptotic variance of the QML estimator of  $\sigma$ ; (iii) the asymptotic variance of the QML estimator of  $d$  is  $6/\pi^2$  for an ARFIMA(0, $d$ ,0) process.

Monte Carlo experiments were conducted to examine finite sample properties of the ML and QML estimator. The Monte Carlo results indicate that the average of ML and QML estimates are close to true values when  $n = 128$ , but we require  $n > 256$  to guarantee the accuracy of the covariance matrix of the estimator.

Table 4: Sample Covariance Matrix of QML Estimates

Pair	DGP 1			DGP 2		
	True	$n = 128$	$n = 256$	True	$n = 128$	$n = 256$
$(\hat{d}, \hat{d})$	1.3412	3.7550	2.2864	6.5646	5.2427	7.4907
$(\hat{d}, \hat{\phi})$	-1.2655	-3.4953	-2.1467	-6.4161	-4.4157	-6.6941
$(\hat{d}, \hat{\sigma})$	0	0.0614	0.0333	0	0.0524	0.0098
$(\hat{\phi}, \hat{\phi})$	2.1841	4.3234	3.0642	6.9109	4.5478	6.7491
$(\hat{\phi}, \hat{\sigma})$	0	-0.0579	-0.0301	0	-0.0163	0.0225
$(\hat{\sigma}, \hat{\sigma})$	0.1350	0.1287	0.1303	1.5000	1.5051	1.4881

Note: The entry is  $n$  times the sample covariance matrix and corresponding true value calculated by equation (6).



**References**

Abramovits, M. and N. Stegun (1970), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, N.Y.  
 Dunsmuir, W. (1979), "A central limit theorem for parameter estimation in stationary vector time series and its application to models for a signal observed with noise", *Annals of Statistics*, **7**, 490-506.  
 Dunsmuir, W. and E.J. Hannan (1976), "Vector linear time series models", *Advances in Applied Probability*, **8**, 339-364.  
 Gradshteyn, I. S. and I. M. Ryzhik (1980), *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, San Diego.  
 Hosoya, Y. (1997), A limit theory for long-range dependence and statistical inference on related models, *Annals of Statistics*, **25**, 105-137.  
 Taniguchi, M. (1982), On estimation of the integrals of the fourth order cumulant spectral density, *Biometrika*, **69**, 117-122.  
 Taniguchi, M. and Y. Kakizawa (2000), *Asymptotic Theory of Statistical Inference for Time Series*, New York: Springer-Verlag.  
 Whittle, P. (1952), "Some results in time series analysis", *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, **35**, 48-60.

**Appendix**

**A.1 Derivation of  $W_{jl}^{(2)}$**

By definition, we obtain

$$h_j(\omega; \psi) = \frac{\partial f^{-1}(\omega)}{\partial \psi_j} = \frac{-1}{\{f(\omega)\}^2} \frac{\partial f(\omega)}{\partial \psi_j} = \frac{-1}{f(\omega)} \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi_j},$$

and hence

$$\begin{aligned} h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi_0) &= - \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi_j} \frac{f(\omega; \psi_0)}{f(\omega; \psi)} \\ &= - \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \psi_j} \frac{\sigma_0^2 (1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))}{\sigma^2 (1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega))} \\ &\quad \times \frac{(1 + \phi^2 - 2\phi \cos(\omega))}{(1 + \phi_0^2 - 2\phi_0 \cos(\omega))} \frac{2^d (1 - \cos(\omega))^d}{2^{d_0} (1 - \cos(\omega))^{d_0}}. \end{aligned}$$

Using the above results, we obtain the quantity,

$$W_{jl}^{(2)} \equiv \frac{\partial}{\partial \psi_l} \int_{-\pi}^{\pi} h_j(\omega; \psi) f(\omega; \psi_0) d\omega \Big|_{\psi=\psi_0},$$

which are summarised as follows.

**For  $j = 1$**

$$\begin{aligned} W_{11}^{(2)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \{\log[2(1 - \cos(\omega))]\}^2 d\omega = 2 \int_0^{\pi} \{\log[4 \sin^2(\omega/2)]\}^2 d\omega \\ &= 16 \int_0^{\pi/2} \{\log 2 + \log \sin(x)\}^2 dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 16 \left[ (\log 2)^2 \int_0^{\pi/2} dx + 2(\log 2) \int_0^{\pi/2} \log \sin(x) dx \right. \\
&\quad \left. + \int_0^{\pi/2} (\log \sin(x))^2 dx \right] \\
&= 16 \left[ (\log 2)^2 \frac{\pi}{2} + 2(\log 2) \left\{ -\frac{\pi}{2} \log 2 \right\} + \frac{\pi}{2} \left\{ 2(\log 2) + \frac{\pi^2}{12} \right\} \right] = \frac{2}{3} \pi^3 \\
W_{12}^{(2)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\phi_0 - \cos(\omega))}{(1 + \phi_0^2 - 2\phi_0 \cos(\omega))} \{\log[2(1 - \cos(\omega))]\} d\omega = -\frac{4\pi}{\phi_0} \log(1 - \phi_0) \\
W_{13}^{(2)} &= -\int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\theta_0 - \cos(\omega))}{(1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))} \{\log[2(1 - \cos(\omega))]\} d\omega = \frac{4\pi}{\theta_0} \log(1 - \theta_0) \\
W_{14}^{(2)} &= -\frac{2}{\sigma_0} \int_{-\pi}^{\pi} \log[2(1 - \cos(\omega))] d\omega = -\frac{2}{\sigma_0} (2\pi \log(2) - 2\pi \log(2)) = 0
\end{aligned}$$

In the second last equality of  $W_{11}$ , we used equations 4.224.4 and 4.224.7 of Gradshteyn and Ryzhik (1980). For  $W_{12}$  and  $W_{13}$ , we obtained the results by a numerical integration technique, using alternative values of  $\phi_0$  and  $\theta_0$  on  $(-1, 1)$ . In the second last equality of  $W_{14}$ , we used equation 4.224.9 of Gradshteyn and Ryzhik (1980).

### For $j = 2$

$$\begin{aligned}
W_{21}^{(2)} &= W_{12}^{(2)} = -\frac{4\pi}{\phi_0} \log(1 - \phi_0) \\
W_{22}^{(2)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2}{(1 + \phi_0^2 - 2\phi_0 \cos(\omega))} d\omega = \frac{4\pi}{1 - \phi_0^2} \\
W_{23}^{(2)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{-4(\phi_0 - \cos(\omega))(\theta_0 - \cos(\omega))}{(1 + \phi_0^2 - 2\phi_0 \cos(\omega))(1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))} d\omega = \frac{4\pi}{1 - \phi_0 \theta_0} \\
W_{24}^{(2)} &= -\frac{2}{\sigma_0} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\phi_0 - \cos(\omega))}{(1 + \phi_0^2 - 2\phi_0 \cos(\omega))} d\omega = 0
\end{aligned}$$

In the last equality of  $W_{22}$ , we used equation 3.792.1 of Gradshteyn and Ryzhik (1980).

### For $j = 3$

$$\begin{aligned}
W_{31}^{(2)} &= W_{13}^{(2)} = \frac{4\pi}{\theta_0} \log(1 - \theta_0) \\
W_{32}^{(2)} &= W_{23}^{(2)} = \frac{4\pi}{1 - \phi_0 \theta_0} \\
W_{33}^{(2)} &= -2 \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{(1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))} - \frac{4(\theta_0 - \cos(\omega))^2}{(1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))^2} \right) d\omega \\
&= -\frac{4\pi}{1 - \theta_0^2} + \frac{8\pi}{1 - \theta_0^2} = \frac{4\pi}{1 - \theta_0^2}
\end{aligned}$$

$$W_{34}^{(2)} = \frac{2}{\sigma_0} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\theta_0 - \cos(\omega))}{(1 + \theta_0^2 - 2\theta_0 \cos(\omega))} d\omega = 0$$

In the second last equality of  $W_{33}$ , we used equation 3.792.1 of Gradshteyn and Ryzhik (1980) for the first term and the numerical integration for the second term.

**For  $j = 4$**

$$\begin{aligned} W_{41}^{(2)} &= W_{14}^{(2)} = 0 \\ W_{42}^{(2)} &= W_{24}^{(2)} = 0 \\ W_{43}^{(2)} &= W_{34}^{(2)} = 0 \\ W_{44}^{(2)} &= \frac{6}{\sigma_0^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\omega = \frac{12\pi}{\sigma_0^2}. \end{aligned}$$

### A.2 Derivation of $U_{jl}^{(2)}$

For deriving  $U_{jl}^{(2)}$ , we need to calculate the integrals of the derivatives of log of the spectral density.

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial d} d\omega &= - \int_{-\pi}^{\pi} \{\log 2 + \log(1 - \cos(\omega))\} d\omega \\ &= -2\pi \log 2 + 2\pi \log 2 = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \phi} d\omega &= - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\phi - \cos(\omega))}{(1 + \phi^2 - 2\phi \cos(\omega))} d\omega = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \theta} d\omega &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2(\theta - \cos(\omega))}{(1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega))} d\omega = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \log f(\omega)}{\partial \sigma} d\omega &= \frac{2}{\sigma} \int_{-\pi}^{\pi} d\omega = \frac{4\pi}{\sigma}. \end{aligned}$$

For the second term of the first equation, we used equation 4.224.9 of Gradshteyn and Ryzhik (1980).

For the second and the third equations, we used the numerical integration for various values. We obtain the results for  $U_{jl}^{(2)}$ , straightforwardly.

### A.3 Moments of Log of $\chi^2(1)$

In this subsection, we use  $\psi(z)$  as the conventional notation of the digamma function, which is defined by  $\psi(z) = U_{jl}^{(2)} = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$  (see Abramovitz and Stegun (1970) (hereafter AS)).

When  $W \sim \chi^2(1)$ , the first four moments of  $\log W$  are given by

$$\mu_1 = E(\log W) = \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mu_2 = V(\log W) = \psi'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mu_3 = E[(\log W - \mu_1)^3] = \psi''\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mu_4 = E[(\log W - \mu_1)^4] = \psi^{(3)}\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left[\psi'\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$$

(see equation 26.4.36 of AS). By equation 6.3.3 of AS, we obtain  $\mu_1 = -1.2703$ .

Equation 6.4.4 of AS gives

$$\psi^{(n)}\left(\frac{1}{2}\right) = (-1)^{n+1}n!(2^{n+1} - 1)\zeta(n + 1),$$

where  $\zeta(n)$  is the Riemann zeta function. Since  $\zeta(2) = \pi^2/6$  and  $\zeta(4) = \pi^4/90$  (see equations 23.2.24 and 23.2.25 of AS), we obtain  $\mu_2 = \pi^2/2$  and  $\mu_4 = 7\pi^4/4$ .

# 近年における宗教経済学の新展開： ショートサーベイ

## The New Tide of Economics of Religion: A Short Survey

中 田 大 悟\*  
Daigo NAKATA

### 1. はじめに

数理的な理論分析、統計分析の修得を目的とした現代的な学部、大学院カリキュラムで学ぶ者にとっては意外な視点かもしれないが、経済学と宗教の間には非常に強い関係があり続けてきた。後に述べるように、社会科学としての経済学が発展していく中で、宗教は常に中心課題のひとつであり続けていたと言って良い。

例えば、現代経済学の始祖と位置付けられるアダム・スミスの『国富論 (The Wealth of Nations)』および『道徳感情論 (The Theory of Moral Sentiments)』においても、競争社会における宗教および宗教組織の役割の重要性が繰り返し論じられている。スミスが提示した論点は、現代的な枠組みに置き換えれば、宗教組織や宗教規範による貧困救済や、教育や医療、福祉を始めとする社会サービスの供給をどう捉えるかということにもつながっている。これらは、現代においてもなお興味深い経済現象であるし、さらに深掘りすれば、これらの現象は、宗教を基軸とした暴力、特にテロリズムの流布にも重要な影響を与えている。スミスが洞察した経済と宗教という視点は、近年の研究においても、繰り返し取り上げられるテーマでもある。

また、スミスといえば、デイビッド・ヒュームと宗教と国家のあり方について論争したことでも有名である。ヒュームが、宗教による市民の分断や混乱を問題視し、国家による宗教の統制を主張したのに対し、スミスは、宗教間競争がもたらすメリットを重要視し、国家による国教の強制などは有害であると反論した。これらもまた、現代における宗教経済学の主要テーマのひとつを構成している。宗教の多元化や世俗化の有り様は、宗教間や国家間で大いに異なる。例えば、欧州ではカトリックとプロテスタントそれぞれの濃淡が国家ごとに異なっているし、対してアメリカは、非常に多くの宗教、教派が乱立しており、競争的な宗教市場を形成している。これらの違いが、個々の経済行動やマクロ経済現象、さらには市民の宗教参加そのものに対してどのような影響を与えているのか、という問題意識から出発する研究は数多い。

---

\* 創価大学経済学部、准教授

宗教と経済行動という観点から、忘れてはならないのはマックス・ウェーバーの『プロテスタントイズムの倫理と資本主義の精神 (The Protestant Ethic and the Spirit of Capitalism)』であろう。プロテスタントイズムの予定説、使命といった教義が、資本主義の形成にどのような影響を与えたのか、という逆説的解説は、社会科学全般の領域で強い影響を与え続けた。まさに、古典中の古典である。そして、ウェーバーの提示した視点は、現代の経済学者によって多角的に再検証され続けている。ウェーバーの時代の社会科学と、現代の経済学の決定的な違いは、因果関係をどのように抽出し、理論的、統計的に整理するかという点にある。これらの観点から、ウェーバーを問い直し、新しい知見を得ようとする研究も、非常に多い。

このように、宗教と経済学は古くから密接な関わりを持ち、さらに本稿で紹介する研究が示すように、現代においても様々な研究成果が発信され続けている。しかしながら、二十世紀中頃から、経済学の分析手法が高度に数理化し始めるのと同時に、一時期、宗教が経済学の中心から姿を消していたのも、また事実である。世界中の経済学者が、価格メカニズムと経済変動に対する理解を猛烈な勢いで深めていく中で、モデル化から取り残された宗教は、それが経済現象に多大な影響を与える要因であるにもかかわらず、学術論文のテーマとして分析される機会は格段に減り、その結果として宗教が現代の経済学のテキストブックに掲載されることもなかった。

しかし、近年、特に欧米を中心に、宗教に関する経済分析を行う研究者が急速に増えてきており、宗教にまつわる様々なテーマについての研究成果が発表され続けている。また、JEL classification number において、Z12 が宗教経済学の分類番号として登録されていることから、宗教が現代経済学に占めるプレゼンスは、決して小さくないことが窺い知れるであろう<sup>1</sup>。

そこで本稿では、近年の幾つかのセミナリな研究成果に絞ってサーベイを行う。これらの諸研究の紹介を通して、宗教経済学がどういった領域で分析を展開してきているのかについて、読者に対する導入的な情報提供とするものである<sup>2</sup>。

## 2. 理論研究の展開

### 2.1 古典的モデル

少々、古い研究となるが、ミクロ経済学の手法を用いて宗教をモデル化した最初の研究は、Azzi and Ehrenberg (1975) である。彼らは、消費者の宗教参加と時間配分の意思決定問題を、多期間モデルを用いて理論分析した。彼らのモデリングのキーとなる仮定は、宗教参加が「死後の便益」を発生させるという点にある。したがって、消費者は、これを考慮に入れて、生存期間における時間配分を決定することになる。通常の消費者モデルが、労働所得を原資とする消費の効用や余暇の便益という、いわば現世に発生する事象だけでモデルが完結するのに対し、宗教活動がカバーする死後や来世の便益を、大胆に仮定することで、宗教参加の決定要因を分析しようと

1 ただし、残念ながら、日本においては、この分野における研究成果の蓄積は非常に少ない。

2 より詳細、包括的なサーベイとしては、Iannaccone (1998)、および Iyer (2016) を参照されたい。なお、本稿における文献の選択と整理については、Iyer (2016) を特に参考にしていることを記しておく。

いうのである。

これらの仮定の下、彼らは、家計の宗教活動参加のモチベーションとして、以下の三つがあると、理論的に整理した。つまり、

- 1) 消費動機：宗教活動そのものが与える満足
- 2) 救済動機：死後の便益を求めての宗教参加
- 3) 社会的圧力動機：宗教参加がビジネス成功確率をあげるネットワーク効果

である。Azzi and Ehrenberg (1975) による、これらの整理は、後に続く宗教経済学の進展に大きな影響を与え、その後の多くの理論研究が、彼らのフレームワークを踏襲、拡張して分析を行っている。

また、Azzi and Ehrenberg (1975) のモデルから得られるストレートな結論は、機会費用の多寡が男女間での宗教参加の頻度に差を与えるというものである。一般に、宗教活動への参加は、男性よりも女性の方が頻度が高いが、男女間の賃金格差がこの差の発生源となっているという理解は、経済学を学ぶ者には極めて妥当な説明と捉えられるだろう。この観点からは、次のような宗教現象が説明できる。例えば、若年期よりも高齢期の方が宗教参加の頻度が高い、という現象は、労働生産性が低下し、低賃金となった労働者にとっては宗教参加の機会費用が低下したことを意味することから、相対的に重要になった救済動機の宗教参加が高まっている現象として理解できる。また、低学歴ないしは低所得の消費者の方が宗教参加の頻度が高くなることも、同様のメカニズムで理解できるだろう。さらには、欧米では都市部よりも、地方での宗教活動がより活発であるが、これは、消費活動の選択肢が限定された地方部では、相対的に救済動機の重要性が増すことから生じる現象であると考えられることでもある。

このように、宗教経済学研究の重要な嚆矢となった Azzi and Ehrenberg (1975) であるが、彼らの分析に対する批判もまた重要であった。言うまでもなく、彼らの分析は合理的家計による自由な宗教参加を前提としている。合理的家計にとって、ある宗教を信じるも信じないも、活動に参加するもしないも、制約のない自由な選択であることが前提となっている。しかし、このような選択が可能である環境が整っている社会や共同体というのは、非常に限られたものであるということも、また世界の現実でもある。中東やアジアなど、非西洋諸国においては、産まれた場所、所属する共同体に応じて宗教活動への参加そのものが制約条件となっていることが多い。そのような地域では、自分自身の選好として宗教を選択するという行為そのものが不可能なのである。このような Azzi and Ehrenberg (1975) らによる分析の限界の存在は、単なる批判というだけではなく、さらなるブレイクスルーへの道標となった。

## 2.2 クラブ財モデル

上述のような Azzi and Ehrenberg (1975) らへの批判を受けて、宗教選択における社会的プレッシャーの機能を明示的に分析することを可能としたのが、Iannaccone (1992) によるクラブ財としての宗教選択モデルである。Iannaccone (1992) は、それまでの宗教経済学の限界を取り払っ

たという意味で、まさにブレイクスルーと言うべきものであり、今日の宗教経済学の再興隆の基礎となったと言って良いだろう。

クラブ財とは、準公共財（純粋な公共財ではないが、非競合性か非排除性のどちらかの性質を満たす財サービス）の分類のひとつであり、非排除性は満たされるが、非競合性は成立しないような財サービスのことを指す用語である<sup>3</sup>。例えば、図書館は、一度建設整備してしまえば、来館者ひとりに対する限界費用は殆ど発生しないため非競合性は非常に弱い、利用者カードなどを活用すれば地域住民以外へのサービス利用を防ぐことが可能であるので、非排除性は成立しにくい。Iannaccone (1992) は、宗教を、自発的なメンバーから構成されるクラブによって生産されるクラブ財として定義して、分析を行っている。

Iannaccone (1992) の根本的な問題意識は、宗教はなぜか不合理な慣習や修業、犠牲を信者に強いるのに、合理的な家計がそれを選択するのはなぜか、という点にある。確かに、世界中のありとあらゆる宗教が、その教えや活動参加そのものに何らかのメリットがあるにしても、実に不合理な犠牲を信者に要求している。それらは、食生活や服装、結婚、教育、職業選択など、私生活の重要な面における制約となっているはずであり、単純に合理的な家計を仮定して考えれば、このような、時として有害ともいえる非効率な犠牲を強いる宗教を選択するのは、不可思議であるようにも思える。Iannaccone (1992) は、これをクラブ財モデルの枠組みで解こうというのである。

キーとなるのは、宗教のクラブ財としての性質である。即ち、宗教は一度成立すれば、常にフリーライダー問題に晒されることになる。宗教施設の利用もさることながら、教義そのものがオープンになれば、誰もがそれをコストをかけずに利用することは、本来、可能であると言って良い。そこに、不合理な慣習や犠牲の存在意義があるというのが、Iannaccone (1992) の重要な洞察である。

宗教が、なにかの不合理な生活様式を信者に課すということは、信者の世俗生活における資源の一定割合を奪い取るということを意味している。このようなコストの存在は、その宗教を形成したクラブにとっては、信仰に対して忠実なメンバーと、それほどコミットするつもりのないメンバーとを識別し、スクリーニングする手段として機能すると考えられる。熱心な信者にとってみれば、これだけのコストを支払ったのだからと、より宗教活動の頻度をあげていくインセンティブとしても働くことになる。即ち、これらの慣習や犠牲は、宗教というクラブ財を生産する上での、ある種の課税として機能していると考えられるのである。これにより、宗教のフリーライダー問題は解決されることになる。

Iannaccone (1992) によるクラブ財モデルの洞察は、さらに宗教間の差別化にも及んでいる。特に、キリスト教世界の文脈で言えば、「チャーチ」と「セクト」の区分は、この税としての不合理な生活慣習や犠牲のあり方で整理できると主張している。即ち、いわゆるセクトと呼ばれ

---

3 逆に、非競合性は満たされるが、非排除性は成立しないような財サービスのことはコモンプール財と呼ばれる。例えばエネルギー資源や水資源などが当てはまる。



る教派には、社会常識から考えれば俄には理解しがたい突飛な自己犠牲を強いるところが多い。このことに着目すれば、社会常識とある程度の整合性を保った慣習や犠牲を課す宗派のことをチャーチ (Church) と呼び、社会規範からはかけ離れた慣習や犠牲を課す宗派をセクト (Sect) と呼ぶことができる、というのが彼の整理である。Iannaccone (1992) はキリスト教社会を念頭において、このような分析を展開しているが、このような理解は、日本における宗教市場の理解にも有用であるようにも思われる。一般に、日本の伝統宗教 (神道や仏教) については、信徒・信者に対して要求される犠牲が極めて小さい。神社などでは、せいぜい年始の初詣や賽銭、祭礼時の参加や寄付くらいのものである。したがって、広く社会と整合性を保ちながら活動を継続しやすい。それに対して、新宗教や新々宗教と呼ばれる新規参入組の宗教には、活発な活動参加や少なからぬ経済負担を要求する宗派、教派が多い。これらは、時として外部からの理解を得ることが難しい場合もあり、社会全体からみれば異端視されやすい構造を作り出しているといえるだろう。

Iannaccone (1992) のクラブ財モデルの基本的なメカニズムは、スクリーニング機能としての犠牲であるが、チャーチやセクトなど、教派によってその犠牲の強度には濃淡がある。しかし、いずれにせよ、これにより、各宗教が、それぞれの宗教内で強固な共同体意識を形成することが可能となり、信者は、そのような共同体に属する、すなわち入信することにより、信者間の密接な相互支援機能を楽しむことができるため、合理的にその宗教を選択することになる。

Iannaccone (1992) は、単にモデル分析上の限界を広げたというだけでなく、そこから得られる洞察、特に宗教のネットワーク効果などをスマートにモデル化できているため、その後の理論研究、実証研究の両面における礎となっており、それゆえに現代の宗教経済学における最重要の地位を占めることになったのである。

### 3. 実証研究の展開

#### 3.1 世俗化仮説をめぐる実証分析

近年の宗教経済学における実証分析において、その初期段階でブレイクしたのは、いわゆる世俗化仮説 (secularization hypothesis) のマクロ的な検証であり、その嚆矢となったのは、Barro and McCleary (2003) と Barro and McCleary (2005) である。マクロ経済学の大家によるこれらの研究が、後に続く数多くの実証研究を生み出したと言って良いだろう。世俗化仮説とは、発展に伴い、社会的、経済的思考の規範が宗教や宗教組織に基盤を置くものから、科学的な諸概念に基盤を置く「世俗的」な規範に置き換わっていく動態を指す宗教学の用語であるが、これを現代経済学の枠組みでリブートしてみせたのが Barro らの研究である。

Barro and McCleary (2003) は、100カ国のパネルデータを用いて、宗教参加と信仰心の流布が経済成長にどのような影響をあたえるのかを検証している。彼らは、分析において、経済成長が信仰に与える逆の因果関係をコントロールするために、それぞれの国における国教の有無、宗教市場における規制の有無、多元化の進展度、各宗派の信者比率などを操作変数として用いている。

その結果は、信仰心の流布は経済成長に正の影響をあたえるものの、宗教参加は経済成長に対しては負の影響を与えており、信仰と宗教組織への帰属の間で異なる影響が見られることを示している。これは、信仰心そのものは、労働者の性質やパフォーマンスに好ましい影響を与えるものの、宗教参加そのものは信仰心を産み出すためのインプットであることから、リソース間のトレードオフが生じるものと彼らは解釈している。

Barro and McCleary (2005) は、ホテリングの空間競争モデルの枠組みを用いて、どのような国が特定宗教の国教化を選択するか、という分析を展開しているが、この中で、一人あたりGDPなどによって示される生活水準の増大は、宗教活動の頻度を、その程度は低いながらも、統計的に有意に減少させるものとしている。しかし、Barro and McCleary (2005) は、生活水準の向上がもたらす宗教需要の変化は多義的であり、宗教活動に対する需要は引き下げるものの、寄付やお布施などは増大させる効果を持つため、経済発展がその国における宗教のバラエティや国教の有無に与える影響は不確定であることを示している。

Barro and McCleary (2003) 以降も多くの研究が世俗化仮説に関係する実証研究を行っているが、概ね、世俗化仮説自体を支持する結果を導き出している。しかしながら、これらについては、宗教市場の供給サイドの要因をコントロールしきれていないのではないかと、という批判が寄せられている。この批判は、特に各国の宗教市場の競争環境の差異にまつわるものである。欧州諸国は、概して宗教市場への新規参加が困難であり、その結果として既存宗教がドミナントな地位を占めている。これらの国では、経済発展に伴い、宗教参加が減少するという傾向が強く見受けられる。対して、アメリカは、欧州とは全く異なり、非常にオープンな宗教市場を形成しており、その結果として、現在においても非常に活発な宗教参加の傾向が観察される。これらの差異をどのように制御するかが課題であるが、Olson (2011) が指摘するように、宗教の需要と供給は相互に刺激し合う関係にあり、宗教の参加頻度はそのまま、その国における宗教組織の多寡と強い相関を持つため、これらを明確に識別することは容易ではない。

さて、さらに近年では、世俗化仮説にまつわる研究は、マクロレベルの実証研究からマイクロレベルの実証研究へと、シフトしてきている。Buser (2014) は、独自に収集したエクアドルにおける家計パネルデータを用いて、所得が宗教参加に与える影響を分析している。彼の識別戦略は、政府による現金給付による所得移転条件の変化を利用した回帰不連続デザインである。Buser (2014) によると、所得の増大は宗教参加へ強く有意に正の影響を与えている。しかも、この傾向は、当地でより広く流布しているカトリックよりも、福音主義教会に属する人たちについて強く見られるという結果を導いている。Buser (2014) は、これらの現象について以下の解釈を提示している。まず、そのコミュニティ内で、所得が相対的に高い方が宗教参加した場合の満足度がより高く感じられるかもしれない。つまり消費としての宗教参加は、豊かな人たちの間でこそより高い効用を与えるという可能性である。もう一点は、福音主義派の教会は、メインストリームのカトリック教会よりも、少人数であり、これまで高密度での宗教参加を提供してきたコミュニティである。これらの教会のほうが、信徒に対して、寄付や布施の機会を多く提供し、それに応じた宗教的満

足度が得られるのが福音主義派の信徒ではないか、という仮説である。いずれにせよ、この研究は、非西洋諸国圏における世俗化仮説の反例のひとつとして、興味深い結果を示している。

### 3.2 ウェーバー仮説の再検証

ウェーバーの『プロテスタンティズムの倫理と資本主義の精神』が示した初仮説については、これまで主に社会学者らの手によって再検証が試みられてきた。しかし、近年、経済学者らによる再検証が、盛んに進められてきている。社会学者によるものと、経済学者による再検証の間にあるものの大きな違いは、後者が、因果関係を厳密に識別、抽出しようとするためのリサーチデザインで臨む点にあるといえる。ここでは、近年における代表的な研究例として、二つの論文を上げておこう。

まず、Basten and Betz (2013) である。彼らは、宗教改革時に、スイスにおいて、プロテスタントに移行した地域とローマ・カトリック教会に留まった地域があることに着目した。スイスと言えば、言うまでもなく国民自身の発議によって国民投票を実施することができる直接民主制を政治制度に取り入れている国であるが、Basten and Betz (2013) は、プロテスタントに移行した地域とカトリックに留まった地域との間で、政策的な選好が有意に異なるのか、という点についてファジー不連続回帰デザインを用いて検証することを試みたのである。

そのために、彼らは、プロテスタントもしくはカトリックかという事以外はホモジーニアスと思われる二つのカントン（州）を選び出し、分析を行った。彼らの分析の強みは、1980年以降の各国民投票の投票結果を用いている点にある。国民投票は、単なる好みや傾向の表明ではなく、現実に行われたその地域全体の選択の結果である。

結論としては、余暇、再分配、政府介入といった点について、プロテスタントのカントンは統計的に有意に低い得票率しか与えていないことが確かめられた。その地域における過去の宗教選択が、良し悪しは別として政治的な選好について、強い影響を与えていることは、興味深い事実である。

次にあげるのは、Basten and Betz (2013) とは逆方向の問題設定をした Rubin (2014) である。即ち、Rubin (2014) は、どのような都市が宗教改革の影響を強く受けプロテスタントに改宗したのか、という問を立てた。Rubin (2014) は、これを神聖ローマ帝国内に位置していた市レベルのヒストリカルデータを用いて検証を行ったのである。Rubin (2014) が着目したのは、市内に存在していた印刷機の台数である。その結果、1500年までに印刷機を保有していた市は、1600年までにプロテスタントに改宗している確率が、29%も高かったことを Rubin (2014) は示している。

Rubin (2014) がこの研究で用いた識別戦略は、次のとおりである。彼は、除外変数バイアスを補正するための操作変数として、グーテンベルクが印刷機を1450年頃に発明したマインツの町からの距離を用いた。また、ロバストネスチェックとして、市内で印刷されたドイツ語の書籍の冊数を操作変数として用いた場合においても結論は変わらなかったとされる。Rubin (2014) による、この結論は、人的資本の多寡がプロテスタンティズムの受容に対して強い影響を及ぼしたこ

とを示唆しており、ウェーバーの仮説に対する強力なエビデンスになっているものと思われる。

### 3.3 クラブ財モデルの実証分析

Iannaccone (1992) によるクラブ財モデルのメカニズムを、実証研究に直接応用した研究として、まずは Berman (2000) をあげるべきだろう。Berman (2000) が着目したのは、イスラエルの厳格正統主義ユダヤ教徒 (Ultra-orthodox Jews) の男性が、平均で四十歳程度まで、フルタイム学生として神学校 (yeshiva、イエシバ) に通うという現象である。厳格正統主義のユダヤ教徒には貧困層が多いが、なぜ貧困に直面した男性が、そのような行動をとるのか、という問題自体が非常に興味深い論点である。また、厳格正統主義のユダヤ教徒の出生率は、他の教派のユダヤ教徒に比べて非常に高いことが知られている。なぜ、このような帰結が生じるのであろうか。

さらに、厳格正統主義ユダヤ教徒は、イスラエル社会の中では少数派であるものの、彼らの政党は、連立政権が常であるイスラエル政界の中で重要なキャスティング・ボートを握っており、それをレバレッジにして数多くの宗教的優遇政策を引き出している。その中でも、イエシバに在籍するフルタイムの生徒に対して、兵役や徴兵を猶予したり、助成金により生活を保証するといった政策が実施されている。これらの助成の結果として、厳格正統主義ユダヤ教徒のイエシバの在籍年数はさらに延び続けており、労働市場への参加率も年々減少している。また、助成の実施後は、厳格正統主義ユダヤ教徒の出生率はさらに上昇する結果となっている。

Berman (2000) は、歴史的な観点から、厳格正統主義ユダヤ教徒の出現が、十九世紀の経済発展期にあったことを重視している。通常の価格理論では、経済発展期には市場賃金が上昇し、宗教参加の機会費用が高まることで、宗教参加の頻度は減少することが予想されるが、世界を見渡せば、ユダヤ教に限らずイスラム教やヒンズー教などでも、原理主義的な傾向をもつ宗派、教派は、経済発展期にこそ出現している。時間消費的な教派の出現と経済発展の同時進行は、価格理論的にはある種のパラドクスであるが、Berman (2000) は、クラブ財モデルの議論がここにフィットすると主張する。

経済発展以前においては、欧米のユダヤ教徒は各地域のコミュニティ内での相互扶助をひとつの柱とする強固な集団を形成していた。しかしながら、市場賃金の高まりが、宗教コミュニティ構成員の域外、都市部への離脱や、信仰からのある種の解放をもたらすようになると、既存の宗教コミュニティは存続の危機に直面することになる。これらに対する各宗教コミュニティの対応は二分化されたものであり、あるコミュニティは世俗化、多元主義化を受け入れる緩やかなものへの変革を志向するのに対し、他方は極端に厳格主義化、原理主義化することで、宗教コミュニティに対して忠誠心のある信徒とそうでない信徒をスクリーニングし、そこをくぐり抜けた信徒の間で、さらに強固な相互扶助関係を形成し厚生を高めることで、自発的な宗教選択を引き出す。イエシバへの超長期の在籍は、まさにクラブ財モデルが言うところの課税の類と考えられるのである。

また、経済成長により市場賃金が上昇する局面でも、イエシバの在籍という宗派への帰属のた

めの実質的な課税を受け入れることにより、出生率は低下せず、助成がさらにこの効果を促進させるため、出生率の上昇に加速をつけると理解できる。

さらに、Iannaccone (1992) のクラブ財モデルのメカニズムを応用した実証研究としては、Chen (2010) が代表的なものと言える。Chen (2010) が着目するのは、アジア通貨危機に直面したインドネシアの家計による宗教参加行動（コーランの勉強会やイスラム学校への参加率で計測）の変化が、クラブ財モデルの予測と整合的であるかどうかという点である。彼は、これを8,140世帯からなるインドネシア家計のパネルデータを用いて検証している。

Chen (2010) によれば、経済危機によって苦況に立たされた家計は、労働力としての労働参加と、宗教参加の密度を、両方とも高めており、これはスタンダードな価格理論による機会費用アプローチの予測よりも、クラブ財モデルの予測するところと合致する。即ち、宗教参加は、ある種の事後的な保険機能を提供しているものと考えられる。また、Chen (2010) は、経済危機によって引き起こされた宗教参加の高まりは、家計の余暇の増大によってもたらされるのではなく、また実質市場賃金の低下によって生じるのでもないことを統計的に検証している。

### 3.4 識別戦略と宗教経済学

ここまで紹介してきた実証分析の多くは、それぞれに明確な識別戦略をもったりサーチデザインとなっている。現在の経済学では、因果関係を識別することが実証分析を行う上での至上命題となっている側面があり、因果推論の手法に適う実証分析でなければ、学術的な評価を得ることはほぼ不可能であると言って良い。

このような中で、非常に異彩を放つ一連の研究がある。それらは、イスラム教のラマダンを利用した研究である。ラマダンによる絶食期間の外生性を利用して、因果関係を抽出しようとする試みである。

例えば、その代表的なものとしては、Oosterbeek and van der Klaauw (2013) があげられる。彼らは、オランダ国内の大学に在籍するムスリムの学生について、ラマダンが2003年から五年間の初級ミクロ経済学の成績に与えた影響を検証した。その結果、最終成績について、その他学生と比して標準偏差10%程度のダメージが生じるものと結論づけた。

Majid (2013) は、ラマダンの最中に子宮内にいた子どもに対する影響を検証した研究である。Majid (2013) は、インドネシアの生徒と労働者について、母親が自身を妊娠していた時期にラマダンを経験したことで学業や労働者としてのパフォーマンスに影響が出ているかどうかを検証しているのである。彼によると、母親が妊娠時にラマダンを実践していた場合、子どもについて低体重児である確率が高まり、また認知能力も低下し、児童労働化する可能性が高まるとされている。この分析結果を受けて、Majid (2013) は、妊娠中のラマダンの実践は可能な限り避けられるべきであると結論づけている。

Almond and Mazumder (2011) もまた、ラマダンのタイミングを自然実験として利用して、子どもへの影響を分析している。アメリカのミシガン州のデータを用いた彼らの研究によれば、母

親が妊娠期間中にラマダンを実践していた場合、子どもの低体重児化と、妊娠期間の短縮化が生じることとなる。また、妊娠期間の初期一ヶ月にラマダンを経験した場合、男児の出生児数が顕著に減少することも確認している。さらに、彼らは、ウガンダ、イラク、そしてアメリカの三カ国のセンサス調査を用いて、妊娠期間中のラマダンの経験が、子どもの障害、特に精神障害や学習障害の発生確率を引き上げること確かめている。

このように、ラマダンは、実証分析の観点からは非常に貴重な自然実験を提供してくれており、因果推論の為の良き足がかりを与えてくれるものである。しかしながら、このように典型的に外生的な変数として与えられるような宗教イベントは、イスラム以外の宗教にはなかなか見当たらず、必ずしも汎用性のある戦略とは言えないところには、注意が必要ではある。

この点において、汎用性の高い識別戦略を与えてくれる研究として注目しなければならないのが Gruber (2005) である。Gruber (2005) は、居住地域内において自分と同じ信仰を持つ人達の割合がどの程度の高いか、という変数を用いて、宗教活動とその他の変数の間にある内生性をコントロールしようとするものである。Gruber (2005) はこれを用いて、居住地域内における同信仰者密度の高さは、宗教参加の頻度をあげ、教育レベルと所得を引き上げ、福祉サービスの受給率が下がり、結婚確率が上がり、離婚確率が下がるということを確認している。

またさらに、Gruber (2005) は、地域内の同信仰者密度に残されたメジャーメントエラーに対処するために、センサス調査から、同地域内に居住する先祖比率を操作変数として用いて推計することも提案している。これらのデータは、国によってはアクセス可能である場合もあるため、ラマダンのような特殊な状況を用いずとも、可能な識別戦略として有用であろう。

#### 4. まとめにかえて

本稿では、近年における宗教経済学の分野の隆盛を受けて、この分野の概観を得るために、注目すべき論文の一部についてサーベイを行った。宗教と経済学は、本来、非常に密接な関わりを持つ領域であった。にも関わらず、経済学の歴史の中で、宗教の取扱が定まらなかったこともあり、多くの経済学徒の視界から宗教が外れていた時期があったのも事実である。その結果として、現在の経済学のテキストブックに宗教という項目が載ることは殆ど無いと言って良い。

しかしながら、近年に発表された、幾つかのプレイクスルーとなる研究成果を契機として、数多くの研究成果が公表されてきており、再び、経済学の中心に、宗教という重要なプレイヤーが帰還した感がある。研究は、理論と実証の両面について広く展開されてきており、今後、さらなる広がりが見られるであろう。

本稿で紹介したのは、宗教を扱うためのミクロ経済学の諸モデル、特にこの分野において基本モデルと考えられているクラブ財モデル、世俗化仮説を検証する実証研究、ウェーバー仮説を再検証する実証研究、クラブ財モデルを検証する実証研究、識別戦略として重要な視点を提供している諸研究であった。これらの他にも、テロリズムと宗教、金融市場と宗教など、様々な研究が、世界中の研究機関で進められている。

ただ、残念なことに、これらの潮流の中には、具体的に日本を対象とした分析が殆ど含まれていない。これは、日本の宗教と経済が注目に値しないということの意味するわけではない。むしろ、日本の宗教市場は、世界の中でも相当に特異なものであり、このような環境で生じている現象について、むしろ世界中の研究者は注目していると言って良い。日本国内で宗教経済学の研究が進展していない理由は、データアクセス環境の未整備や、社会科学の研究者が無意識にもつ宗教そのものに対する偏見など、いくつか考えられるだろうが、これらの重要性を鑑みれば、この分野が日本国内において発展する必要性は、非常に高いと思われる。

## 参考文献

- Almond, Douglas, and Bhashkar Mazumder. 2011. "Health Capital and the Prenatal Environment: The Effect of Ramadan Observance during Pregnancy." *American Economic Journal: Applied Economics* 3 (4): 56-85.
- Azzi, Corry, and Ronald Ehrenberg. 1975. "Household Allocation of Time and Church Attendance." *Journal of Political Economy* 83 (1): 27-56.
- Barro, Robert J., and Rachel M. McCleary. 2003. "Religion and Economic Growth across Countries." *American Sociological Review* 68 (5): 760-81.
- Barro, Robert J., and Rachel M. McCleary. 2005. "Which Countries Have State Religions?" *Quarterly Journal of Economics* 120 (4): 1331-70.
- Berman, Eli. 2000. "Sect, Subsidy, and Sacrifice: An Economist's View of Ultra-Orthodox Jews." *Quarterly Journal of Economics* 115 (3): 905-53.
- Basten, Christoph, and Frank Betz. 2013. "Beyond Work Ethic: Religion, Individual, and Political Preferences." *American Economic Journal: Economic Policy* 5 (3): 67-91.
- Buser, Thomas. 2014. "The Effect of Income on Religiousness." CESifo Working Paper 4801.
- Chen, Daniel L. 2010. "Club Goods and Group Identity: Evidence from Islamic Resurgence during the Indonesian Financial Crisis." *Journal of Political Economy* 118 (2): 300-354.
- Gruber, Jonathan. 2005. "Religious Market Structure, Religious Participation, and Outcomes: Is Religion Good for You?" *BE Journal of Economic Analysis and Policy* 5 (1).
- Iannaccone, Laurence R. 1992. "Sacrifice and Stigma: Reducing Free-Riding in Cults, Communes, and other Collectives." *Journal of Political Economy* 100 (2): 271-91.
- Iannaccone, Laurence R. 1998. "Introduction to the Economics of Religion." *Journal of Economic Literature* 36 (3): 1465-95.
- Iyer, Sriya. 2016. "The New Economics of Religion." *Journal of Economic Literature*, 54(2): 395-441.
- Majid, Muhammad Farhan. 2013. "The Persistent Effects of In Utero Nutrition Shocks over the Life Cycle: Evidence from Ramadan Fasting." Grand Challenges Canada Economic Returns to Mitigating Early Life Risks Working Paper 13-05.
- Olson, Daniel V. A. 2011. "Toward Better Measures of Supply and Demand for Testing Theories of Religious Participation." In *The Oxford Handbook of the Economics of Religion*, edited by Rachel M. McCleary, 135-50. Oxford and New York: Oxford University Press.
- Oosterbeek, Hessel, and Bas van der Klaauw. 2013. "Ramadan, Fasting and Educational Outcomes." *Economics of Education Review* 34: 219-26.
- Rubin, Jared. 2014. "Printing and Protestants: An Empirical Test of the Role of Printing in the Reformation." *Review of Economics and Statistics* 96 (2): 270-86.





# 創価大学経済学会会則

- 第1条 本会は創価大学経済学会と呼ぶ。
- 第2条 本会は経済学およびこれに関連する諸科学の研究および教育の促進を目的とする。
- 第3条 本会は次の事業を行なう。
1. 研究会の開催
  2. 機関誌の発行
  3. その他本会の目的を達成するために適当な事業
- 第4条 本会の会員は、次の4種類とする。
1. 正会員 本学の教授、准教授、専任講師および助教、なお創価女子短期大学の教員で入会を希望し総会の承認をえた者
  2. 準会員 本会正会員経験者で総会の承認をえた者
  3. 賛助会員 本会の趣旨に賛同し、総会の承認をえた者
  4. 学生会員 本学の大学院経済学研究科経済学専攻の学生で、入会を希望し総会の承認をえた者
- 第5条 機関誌の発行にあたっては、掲載・編集規定に従う。
- 第6条 会員は各種の会合に出席することができる。
- 第7条 会員は所定の会費を納めなければならない。
- 第8条 通常総会は毎年春1回、臨時総会は必要に応じ、会長がこれを招集する。
- 第9条 総会は正会員の過半数によって成立し、出席者の過半数によって決議される。
- 第10条 本会を運営するため、経済学部長を会長とし、委員若干名からなる委員会をおく。
- 第11条 委員は正会員の中からこれを互選する。委員の任期は2年とし、再選を妨げない。ただし、連続した再任期間は4年を超えないものとする。
- 第12条 委員会は毎年度の事業計画および実績報告書、ならびに会計予算書および決算書を総会に提出し、承認をえなければならない。
- 第13条 委員会は、第3条の事業に必要な事業を行なう。会長は委員会を統轄し、本会を代表する。
- 第14条 本会の会計を監査するため、委員以外の正会員の中から監事を選出する。
- 第15条 監事の任期は1年とし、再選を妨げない。
- 第16条 この会則の実施に関し、必要な細目は別に総会の承認をえてこれを規定する。
- 第17条 この会則および諸規定の改廃は総会の決議にしたがう。

## 付 則

- 第1条 本会の事務所を創価大学経済学部内におく。
- 第2条 本会の会計年度は4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第3条 この会則は昭和46年9月22日よりこれを実施する。
- 第4条 一部改正 昭和49年5月24日。
- 第5条 一部改正 昭和59年4月27日。
- 第6条 一部改正 昭和60年4月19日。
- 第7条 一部改正 昭和63年4月15日。
- 第8条 一部改正 平成5年5月21日。
- 第9条 一部改正 平成7年11月10日。
- 第10条 一部改正 平成16年5月14日。
- 第11条 一部改正 平成29年5月19日。

## 規定第3号

- 第1条 本会の会費は正会員年額20,000円、準会員年額10,000円、賛助会員1口年20,000円、学生会員のうち大学院生前期課程5,000円（2年分）、後期課程7,500円（3年分）とする。

創価大学経済学会正会員 (五十音順)

- |              |                |
|--------------|----------------|
| Edwin ALOIAU | 杉 本 一 郎        |
| □浅 井 学       | 高 木 功          |
| 石 井 健 司      | 高 橋 一 郎        |
| 石 井 秀 明      | 近 貞 美津子        |
| 碓 井 健 寛      | 寺 西 宏 友        |
| ○大 坪 弘 教     | ○中 田 大 悟       |
| 加 納 直 幸      | 西 浦 昭 雄        |
| 釜 国 男        | 西 田 哲 史        |
| ◎勘 坂 純 市     | △長谷部 秀 孝       |
| 神 立 孝 一      | 馬 場 善 久        |
| 北 政 巳        | 増 井 淳          |
| 小 崎 晃 義      | Raymond YASUDA |
| 小 林 孝 次      | ○安 武 妙 子       |
| ◎齋 藤 之 美     | 山 崎 勝          |
| 坂 本 幹 雄      |                |
| ○佐久間 貴 之     |                |

- ◎印は会長  
◎印は編集委員長  
□印は副編集委員長  
○印は編集委員  
△印は監事

創価大学経済学会準会員

板 垣 有記輔

季刊 創価経済論集 第47巻 第1・2・3・4号

---

平成30年3月31日 発行

編集・発行人

創価大学経済学会

東京都八王子市丹木町1-236

(042) 691-2211 (代)

会長 勘 坂 純 市

編集委員長 齋 藤 之 美

印刷

株式会社 紀伊國屋書店

---





# THE SOKA ECONOMIC STUDIES QUARTERLY

*THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. XLVII NO. 1·2·3·4/MARCH 2018*

*Special Issue in Honor of Professor Katsuhiko Fukushima's Retirement*

Preface .....	Junichi KANZAKA	(iii)
A Tribute to Professor Katsuhiko Fukushima .....	Naoki KURIYAMA	(v)

*Articles*

The Impact of British (Scottish) Influence of Technology and Business to China and Japan after India in the Late Nineteenth Century .....	Masami KITA	(1)
Extraction of Exhaustible Resources .....	Kunio KAMA	(13)
Numerical Analysis of Optimal Growth Models .....	Kunio KAMA	(25)
Rice Yield Variation and International Price of Rice .....	Konomi SAITO, Katsuhiro SAITO and Hideyasu SATO	(39)
Covariance Matrix of Quasi-Maximum Likelihood Estimator of ARFIMA Models .....	Manabu ASAI	(55)
The New Tide of Economics of Religion: A Short Survey .....	Daigo NAKATA	(67)