

地域間所得分布と所得収束仮説

各務 和彦*・和合 肇†・大塚 芳宏‡

Regional Income Distribution and Convergence Hypothesis

Kazuhiko Kakamu*, Hajime Wago† and Yoshihiro Ohtsuka‡

本稿はベイズ統計学の観点から地域間所得分布を推定し、所得収束仮説について検証したものである。地域間所得分布を推定するにあたって、分布が単峰型なのか双峰型なのかを検討するために、2変量正規混合モデルを用いた。また、地域間所得分布の空間構造を明らかにするために、空間計量経済モデルを導入した。1986年から2004年のデータを用いて分析した結果、地域間所得分布は単峰型であり、強い空間不均一性が存在することが確認できた。そして、この期間において、 σ 収束は確認できなかった。

This paper estimates the regional income distribution from a Bayesian point of view and examines the convergence hypothesis. We utilize the bivariate normal mixture models to examine whether the regional income distribution is unimodal or bimodal. In addition, we introduce the spatial econometric models to examine the spatial correlations in the regional income distribution. From the empirical results using the data from 1986 to 2004, we confirm that the regional income distribution is unimodal and that there exists strong spatial heterogeneity. Moreover, we cannot find the evidence of σ -convergence in this period.

キーワード: 空間計量経済学, 所得収束仮説, 隠れマルコフモデル, マルコフ連鎖モンテカルロ法.

1. はじめに

所得収束仮説とは経済成長理論において重要なテーマの1つである。Barro and Sala-i-Martin (1992)によると、所得収束仮説には2つの概念がある。1つは β 収束と呼ばれるものであり、もう1つは σ 収束と呼ばれるものである。 β 収束とは初期の所得水準の低い国(地域)ほど経済成長率が高く、長期均衡においては所得水準が等しくなるという仮説である。そして、クロスセクションデータを用いて初期の1人あたり所得を1人あたり所得の増加率に回帰したとき、その回帰係数がマイナスに推定されたかどうかによって仮説の検証が行われる。他方、 σ 収束とは1人あたり所得の分布が平均周りに収斂していくという仮説である。そして、パネルデータを用いて、各年の1人あたり所得の分散の変化を

* 千葉大学法経学部経済: 〒 263-8522 千葉県千葉市稲毛区弥生町 1-33 (E-mail: kakamu@le.chiba-u.ac.jp).

† 京都産業大学経済学部: 〒 603-8555 京都府京都市北区上賀茂本山 (E-mail: wago@ism.ac.jp).

‡ 一橋大学大学院経済学研究科: 〒 186-8601 東京都国立市中 2-1 (E-mail: ed094001@g.hit-u.ac.jp).

見ることで、もし、分散が時間を通じて小さくなっていけば、所得の分布が平均周りに収斂し、国（地域）が同質になっていることが検証される。Temple (1999) では、これらの所得収束仮説に関する研究のサーベイを行っており、理論的、実証的な発展及び問題点を体系的にまとめている。

日本の実証分析に焦点を当ててみると、例えば、Barro and Sala-i-Martin (1992) はアメリカの州データと日本の都道府県データを用いて、アメリカと日本の β 収束と σ 収束の比較検討を行い、日本においても β 収束と σ 収束が確認できることを指摘している。この分析では所得分布が単峰型であることを仮定しているものの、所得水準が平均周りに収斂し、都道府県が同質になっていることが検証された。しかしながら、別のアプローチによる実証結果を見ると、これとは異なる結果も報告されている。例えば、Togo (2002) では都道府県別の工業生産性のデータを用いて、Quah (1993) のマルコフ推移行列による実証分析を行っている¹⁾。分析の結果を見ると、エルゴード分布は双峰型をしており、長期的に見ると地域間の生産性の分布は2極化することが指摘されている。また、Kakamu and Fukushige (2006) では、地域の単位を変えて大都市雇用圏の工業生産性のデータで、同様の実証分析を行っている。これらの先行研究の結果は、地域間の生産性の分布は多峰型であることを示唆しており、限界生産力仮説に従えば実質賃金と限界生産力は一致することから、生産サイドの多峰型の分布は所得サイドに反映される可能性があると考えられる。これより、本稿では日本の所得分布を推定するために、Barro and Sala-i-Martin (1992) の単峰型だけではなく多峰型を検討していく。

所得分布の推定において多峰型を用いた研究は中妻 (2005) が挙げられる。中妻 (2005) は Pen World Table のデータを用いて、隠れマルコフモデルの一つであるマルコフ切り替えモデルを用いて、国家間における σ 収束について実証分析を行っている。また、同論文はマルコフ連鎖モンテカルロ法で分析した、数少ないベイズ推定法による実証分析である。日本の都道府県データを用いて実証分析を行う際、都道府県の数が47と有限であることを考えれば、データを所与としたときのパラメータの分布を評価するベイズ推定法はKakamu and Wago (2008) でも指摘されているように、有用な方法であると考えられる。そこで、本稿ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて実証分析を行っていく。

さらに、本稿では地域間の所得分布を対象に実証分析を進めることから、近年、地域経済学で注目されている空間的相互作用についても検証する。我が国を対象とした地域経済の実証分析の結果から、直接的には観測されないけれども、空間的相互作用が経済活動に存在することが確認されている。具体的に、Kakamu *et al.* (2008) は犯罪の発生件数に空

¹⁾ この方法は、 β 収束や σ 収束で考えることのできなかった、2極化や多極化の複数均衡のモデルを検討できる点で優れているものの、データ区間の取り方に影響を受けやすいなどの問題点もあることがわかっている。

間的スピルオーバーがあることを確認している。さらに、Hashiguchi (2010) でも都道府県別の生産性に空間的スピルオーバーが確認できることを指摘している。一方、Kakamu *et al.* (2011) では都道府県別の生産性には空間的スピルオーバーではなく、空間的不均一性があることを検証している。また、Seya *et al.* (2011) では、市町村の1人あたり所得の成長率に空間的外部性があることを検証している。これより、先行研究の実証結果から得られる空間的相互作用の解釈は異なるが、本稿で取り扱う地域の所得にも何らかの空間的相互作用があることが予想される。

以上のことを考慮して、本稿では単峰型の分布として正規モデルを想定し、双峰型の分布のモデルとして中妻 (2005) と同様に隠れマルコフモデルの推定を行う。その中でも、本稿はもっとも単純な2変量正規混合モデルを取り扱う²⁾。また、空間構造を検討する空間モデルとして、本稿では空間自己回帰モデルと空間誤差モデルを取り上げ、地域間所得分布に導入する³⁾。そして、実証分析においては、まず対数周辺尤度によってモデル選択を行い、地域間所得分布が単峰型なのか多峰型なのか、空間的相関はあるのか、あるとすればどのような構造なのかを明らかにする。そして、選ばれた分布の分散から σ 収束を検討する。1986年から2004年までの都道府県別の一人当たりの所得データを用いて分析を行った結果、空間誤差モデルの対数周辺尤度が最も高い値を取り、所得分布を示すモデルとして選択された。これより、日本の所得分布においては空間的不均一性が存在することを示唆する結果となった。さらに、マルコフ切り替え型モデルよりも単峰型を仮定した正規分布のモデルの方が対数周辺尤度が大きいことから、先行研究でみられる生産サイドの多峰型の分布は所得サイドに反映されることはなく、Barro and Sala-i-Martin (1992) の実証結果を支持する結果となった。また、 σ 収束については、明確な σ 収束は確認されなかった。

本稿の構成は以下の通りである。次節では2変量正規混合モデルと空間計量経済モデルを紹介する。3節では、マルコフ連鎖モンテカルロ法によるモデル推定方法の一例を示し、4節では1986年から2004年までの日本の都道府県データを用いて、地域間所得収束仮説の検証を行う。そして、5節では結論と今後の課題についてまとめる。

2. モデル

はじめに、本稿では日本の地域間所得分布が単峰型か双峰型なのか、そして地域間所得分布にはどのように空間的相互関係が存在するのかを検討するために、以下の6つのモデ

²⁾ 実際のモデルにおいては、パネルデータを扱っているため、時系列構造を考慮してマルコフ切り替えモデルによる分析を行っているが、マルコフ切り替えモデルは正規混合モデルの拡張である。また、このようなパラメトリックな方法を用いて2極化や多極化を検討したものには中妻 (2005) があるが、これは国の所得に注目したものである。

³⁾ 他にも、空間ダービンモデルと言われる空間的外部性を分析するモデルもあるが、このモデルは外生変数によって空間的相互作用を検討するので、本稿では取り扱わない。

ルを用いて分析を進めていく。

2.1 正規モデル

i 県の t 期の 1 人あたり所得の対数値を y_{it} で表すことにする。このとき、 y_{it} に正規分布を仮定して、ある所得水準に収斂する、 σ 収束を分析するモデルは、以下のように表される。

$$y_{it} = \mu_t + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2). \quad (2.1)$$

(2.1) を以下では正規モデルと呼ぶこととする。これは元のデータ $\exp(y_{it})$ に対数正規分布を仮定していることと同じである。対数正規分布は所得分布を検討する上で、標準的な分布の一つであり、Nishino and Kakamu (2009) では日本の家計調査のデータに対してこの分布を当てはめている。そして、(2.1) の尤度は、

$$L_1(Y|\mu, \sigma^2) = \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left\{-\frac{(y_{it} - \mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right\}, \quad (2.2)$$

によって与えられる。ただし、 $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{nt})'$, $Y = (y_1, \dots, y_T)$, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$, $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \dots, \sigma_T^2)'$ とする。ここで、 μ_t と σ_t^2 は、 t 期の平均と分散を表し、もし、推定された σ_t^2 が時間を通じて小さくなっていくことが観測されれば、 σ 収束が確認されたと結論づけることができる。

2.2 マルコフ切り替えモデル

2 極化を検討する 2 変量正規混合分布モデルは、潜在変数 s_{it} を所与として以下のように表現することができる。

$$y_{it} = \mu_{s_{it},t} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{s_{it},t}^2). \quad (2.3)$$

そして、潜在変数 $s_{it} = j$ を所与とした (2.3) の完備化された尤度は、

$$L_2(Y|\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \bar{w}, S) = \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^n \frac{w_{s_{it},t}}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{it},t}^2}} \exp\left\{-\frac{(y_{it} - \mu_{s_{it},t})^2}{2\sigma_{s_{it},t}^2}\right\}, \quad (2.4)$$

となる。ここで、 w_{jt} は t 期における第 j 要素の加重値である。また、 $s_t = (s_{1t}, \dots, s_{nt})'$, $S = (s_1, \dots, s_T)$, $\bar{\mu} = \{\{\mu_{jt}\}_{t=1}^T\}_{j=1}^2$, $\bar{\sigma}^2 = \{\{\sigma_{jt}^2\}_{t=1}^T\}_{j=1}^2$, $\bar{w} = \{\{w_{jt}\}_{t=1}^T\}_{j=1}^2$ とする。

本稿では、分布の時系列構造を考慮するために、マルコフ切り替えモデルを導入すると、(2.3) は、

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_{jt} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{jt}^2), \\ \Pr(s_{it} = j | s_{i,t-1} = k) &= p_{jk}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

のように拡張できる。そして、識別のために、 $\mu_{1t} < \mu_{2t}$ という制約を課すことにする。また、 $\Pi = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}$ 、および、初期の加重値を $w = (w_1, w_2)' = (w_1, 1 - w_1)'$ とする。さらに、 i 地域の状態 s_{i1} における初期の加重値を $w_{s_{i1}}$ と定義する。このとき、各潜在変数の状態で σ 収束を検討することができる。そして、完備化された (2.5) の尤度は、

$$L_3(Y|\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, w, \Pi, S) = \left\{ \prod_{i=1}^n w_{s_{i1}} \prod_{t=2}^T p_{s_{it}, s_{i,t-1}} \right\} \times \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{it},t}^2}} \exp \left\{ -\frac{(y_{it} - \mu_{s_{it},t})^2}{2\sigma_{s_{it},t}^2} \right\}, \quad (2.6)$$

と書ける。(2.1) と (2.5) を比較し、モデルのあてはまりのよさをみることで、日本の地域間所得分布が単峰型なのか双峰型なのかを検討し、選ばれたモデルの推定された分散から σ 収束を見ていく⁴⁾。

2.3 空間自己回帰モデル

地域間所得分布に空間的相互作用があるかを検討するために、空間モデルを導入する。本稿では、空間モデルの一つとして、空間自己回帰モデルを取り上げる。(2.1) の y_{it} に空間自己回帰過程を導入すると、

$$y_{it} = \mu_t + \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} y_{lt} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \quad (2.7)$$

のように表すことができる。ここで、 d_{il} は空間ウェイト行列の第 i, l 要素を示し、それは都道府県 i と l の関係を示す。ただし、 $d_{ii} = 0$ である。本稿では、空間ウェイト行列の要素として、Anselin (1988) で使われているような標準化された隣接ダミー変数を採用する。 ρ_t は空間的相互作用の強さを表し、このモデルにおいては都道府県 l から i へのスピルオーバーの大きさを意味する⁵⁾。

このとき、(2.7) に対する尤度は、

$$L_4(Y|\mu, \sigma^2, \rho, D) = \prod_{t=1}^T |I - \rho_t D| \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp \left(-\frac{e_{it}^2}{2\sigma_t^2} \right), \quad (2.8)$$

である。ただし、 $D = \{d_{il}\}$ 、 $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_T)'$ 、 I は $n \times n$ の単位行列、 $e_{it} = y_{it} - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} y_{lt} - \mu_t$ とする。

4) 本稿の目的の一つは、所得分布が単峰型か双峰型かを検討することである。経済成長理論、特に Rostow (1960) の take-off 理論では s_{it} の変化には重要な意味がある。 s_{it} の時間を通じた変化を許容するマルコフ切り替えモデルは、経済成長理論と整合的なモデルであるので、このモデルを比較対象とした。

5) 空間モデルの解説やモデルにおける空間的相互作用の説明は LeSage and Pace (2009) に詳しく書かれている。

2.4 空間誤差モデル

本稿ではもう一つの空間モデルとして、空間誤差モデルを考える。(2.1)の誤差項 ϵ_{it} に空間自己回帰モデルを導入した空間誤差モデルは、

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_t + u_{it}, \\ u_{it} &= \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} u_{lt} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \end{aligned} \quad (2.9)$$

のように表すことができる。このモデルにおいて、 ρ_t は空間不均一性の強さを示している。そして、(2.10)に対する尤度は、

$$L_5(Y|\mu, \sigma^2, \rho, D) = \prod_{t=1}^T |I - \rho_t D| \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{e_{it}^2}{2\sigma_t^2}\right), \quad (2.10)$$

である。ただし、 $e_{it} = y_{it} - \mu_t - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il}(y_{lt} - \mu_t)$ とする。(2.1)と(2.7)、(2.10)を比較し、モデルのあてはまりをみることで、日本の地域間所得分布に空間的相互作用があるか否か、あるとすれば、その構造はどのようなものなのかを確かめていく。

2.5 マルコフ切り替え空間自己回帰モデル

本稿ではマルコフ切り替えモデルにおいても空間的相互作用の有無を検証するために、空間自己回帰モデルおよび空間誤差モデルの拡張を行う。まず、(2.5)と(2.7)を組み合わせることによって、マルコフ切り替え空間自己回帰モデルは以下のように定義される。

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_{s_{it},t} + \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} y_{lt} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{s_{it},t}^2), \\ \Pr(s_{it} = j | s_{i,t-1} = k) &= p_{jk}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

これより、(2.11)の尤度は

$$\begin{aligned} L_6(Y|\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi, S, D) &= \left\{ \prod_{i=1}^n w_{s_{i1}} \prod_{t=2}^T p_{s_{it}, s_{i,t-1}} \right\} \\ &\times \prod_{t=1}^T |I - \rho_t D| \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{it},t}^2}} \exp\left\{-\frac{e_{it}^2}{2\sigma_{s_{it},t}^2}\right\}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

ただし、 $e_{it} = y_{it} - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} y_{lt} - \mu_{s_{it},t}$ とする。このモデルが選ばれれば、日本の地域間所得分布には、所得分布の2極化と所得のスピルオーバーの両方が同時に存在することがわかる。

2.6 マルコフ切り替え空間誤差モデル

マルコフ切り替え空間自己回帰モデルと同様にして、(2.5)と(2.10)を組み合わせることによって、空間誤差モデルの拡張を行う。これより、マルコフ切り替え空間誤差モデル

ルは以下のように定義される.

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_{s_{it},t} + u_{it}, \\ u_{it} &= \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} u_{lt} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{s_{it},t}^2), \\ \Pr(s_{it} = j | s_{i,t-1} = k) &= p_{jk}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

さらに, (2.13) の尤度は

$$\begin{aligned} L_7(Y | \bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi, S, D) &= \left\{ \prod_{i=1}^n w_{s_{i1}} \prod_{t=2}^T p_{s_{it}, s_{i,t-1}} \right\} \\ &\times \prod_{t=1}^T |I - \rho_t D| \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{it},t}^2}} \exp \left\{ -\frac{e_{it}^2}{2\sigma_{s_{it},t}^2} \right\}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

によって与えられる. ただし, $e_{it} = y_{it} - \mu_{s_{it},t} - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il}(y_{lt} - \mu_{s_{lt},t})$ とする.

以上のことから, 次節では正規モデル, マルコフ切り替えモデル, 空間自己回帰モデル, 空間誤差モデル, マルコフ切り替え空間自己回帰モデル, マルコフ切り替え空間誤差モデルの6つのモデルを推定し, モデル比較を行う. そして, 日本の地域間所得分布について検討し, 所得収束仮説の検討を行っていく. 本稿では, これらのモデルをマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて推定を行う. 次章で推定法について紹介していく.

3. 事後分析

本稿では, モデルの推定については, ベイズ統計学の手法の一つであるマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いる. 従来のベイズ統計学では, パラメータに対してデータを観測した後の事後分布を導出する. そして, 事後分布よりパラメータの推定を行っていく. しかし, モデルが複雑であったり, パラメータの次元が高い場合には, 各パラメータの事後分布の導出が難しく, 従来のベイズ推定法は適用不可能であった. そこで, 近年, マルコフ連鎖モンテカルロ法によってパラメータを事後分布からサンプリングし, サンプリングされた値を用いてパラメータ推定を行っていく推定方法が盛んに行われている⁶⁾. マルコフ切り替えモデルに対して, マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いる利点は, 各期の状態変数をパラメータと一緒に同時推定できることから, パラメータの不確実性を考慮して, 状態変数の転換点を推定することが可能であることにある. また, モデル比較において, マルコフ切り替えモデルは, 尤度比検定に用いる検定統計量の漸近分布が χ^2 分布に従わないことが Hansen (1992) や Garcia (1998) によって示されている. しかし, ベイズ推定では, 周辺尤度を用いて事後オッズ比によってモデル選択を行うことができることから, 本稿ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定によって実証分析を進めていく.

⁶⁾ マルコフ連鎖モンテカルロ法については, 大森 (2001), 和合 (2005), 中妻 (2007) などを参照.

3.1 同時事後分布

本稿では、6つのモデルを比較検討しているため、6つの独立したモデルに対する事前分布とマルコフ連鎖モンテカルロ法を準備する必要がある。しかしながら、(2.5)と(2.10)を組み合わせたマルコフ切り替え空間誤差モデルに対する事前分布とマルコフ連鎖モンテカルロ法を提供すれば、残りのモデルは、そのモデルの変形、あるいは特殊型としてそれらを考えることができる。そこで、以下ではこのモデルに対する、事前分布及びマルコフ連鎖モンテカルロ法を説明していく。

ベイズ分析を行っていくためには、各パラメータに対して事前分布を与えなければならない。それゆえ、本稿では以下の密度を持つ同時事前分布を定義する。

$$\pi(\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi) = \pi(w_1) \prod_{j=1}^2 \pi(p_{jj}) \prod_{t=1}^T \pi(\mu_{jt}) \pi(\sigma_{jt}^2) \pi(\rho_t), \quad (3.1)$$

(2.14)と(3.1)を所与として、ベイズの定理から同時事後密度は

$$\pi(\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi, S|Y, D) \propto \pi(\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi) \pi(S|w, \Pi) L_7(Y|\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho, w, \Pi, S, D), \quad (3.2)$$

によって与えられる。

最後に、 μ_{jt} , σ_{jt}^2 ($t = 1, \dots, T, j = 1, 2$), ρ_t ($t = 1, \dots, T$), w_1 , p_{jj} に対して、

$$\begin{aligned} (\mu_{1t}, \mu_{2t})' &\sim \mathcal{N}(\mu_0 1_2, \tau_0^2 I_2) I(\mu_{1t} < \mu_{2t}), \quad \sigma_{jt}^2 \sim \text{IG}(\nu_0/2, \lambda_0/2), \quad \rho_t \sim \mathcal{U}(-1, 1), \\ w_1 &\sim \text{BE}(a_0, b_0), \quad p_{jj} \sim \text{BE}(a_0, b_0), \end{aligned} \quad (3.3)$$

のような事前分布を仮定する。ここで、 $\text{IG}(\cdot)$, $\mathcal{U}(\cdot)$, $\text{BE}(\cdot)$ はそれぞれ逆ガンマ分布、一様分布、ベータ分布を表す。 $I(\mu_{1t} < \mu_{2t})$ は指示関数であり、本稿では、 μ_{jt} に対して $\mu_{1t} < \mu_{2t}$ の制約を課していることから、上記のような制約を設定している。 $\sum_{i=1}^n d_{il} = 1$ となるようなウェイト行列を用いると、その定常条件は、 $\rho_t \in (-1, 1)$ となることか、Sun *et al.* (1999) によって示されている。そこで、事前分布を上記のように設定している。

3.2 全条件付事後分布

(3.2)より各パラメータの全条件付事後分布を導出し、パラメータを発生させていく。まず、 w_1 , p_{jj} ($j = 1, 2$) の全条件付事後分布は

$$w_1 \sim \text{BE}(\hat{a}, \hat{b}), \quad p_{jj} \sim \text{BE}(\hat{a}_j, \hat{b}_j),$$

ただし、

$$\begin{aligned} \hat{a} &= n_{11} + a_0, \quad \hat{b} = n - n_{11} + b_0, \\ \hat{a}_j &= n_{jj} + a_0, \quad \hat{b}_j = n_{kj} + b_0, \end{aligned}$$

であり, n_{11} は 1 期に $s_{i1} = 1$ ($i = 1, \dots, n$) の回数を示す. また, $n_{kj} = \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^n 1(s_{it} = j, s_{i,t-1} = k)$ であり, $1(s_{it} = j, s_{i,t-1} = k)$ は括弧内の条件を満たす場合には 1 とする定義関数である. 初期の加重値である w_1 は時系列分析においては, 定常分布より計算されるが, 本稿ではパネルデータへ拡張していることから, この w_1 は全条件付事後分布からの発生が可能であり, パラメータとして推定を行う. これより, w_1 と p_{jj} をそれぞれのベータ分布よりサンプリングする.

μ_{jt}, σ_{jt}^2 ($t = 1, \dots, T, j = 1, 2$) の全条件付事後分布は,

$$\begin{aligned} \mu_{1t} &\sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_{1t}, \hat{\tau}_{1t}^2) I_{[-\infty, \mu_{2t}]}, & \mu_{2t} &\sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_{2t}, \hat{\tau}_{2t}^2) I_{(\mu_{1t}, \infty]}, \\ \sigma_{jt}^2 &\sim \text{IG}(\hat{\nu}_{jt}/2, \hat{\lambda}_{jt}/2) \quad (j = 1, 2), \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_{jt}^2 &= \left\{ \sigma_{jt}^{-2} \sum_{i=1}^n \left(1(s_{it} = j) - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} 1(s_{it} = j) \right)^2 + \tau_0^{-2} \right\}^{-1}, \\ \hat{\mu}_{jt} &= \hat{\tau}_{jt}^2 \left[\sigma_{jt}^{-2} \sum_{i=1}^n \left(1(s_{it} = j) - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} 1(s_{it} = j) \right)^2 \right. \\ &\quad \times \left. \left\{ y_{it} 1(s_{it} = j) - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} y_{lt} 1(s_{it} = j) \right\} + \tau_0^{-2} \mu_0 \right], \\ \hat{\nu}_{jt} &= n_j + \nu_0, & \hat{\lambda}_{jt} &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(y_{it} - \mu_{jt} - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} (y_{lt} - \mu_{s_{it}, t}) \right)^2 1(s_{it} = j) \right\} + \lambda_0, \end{aligned}$$

であり, $n_j = \sum_{i=1}^n 1(s_{it} = j)$ である. μ_{jt} ($j = 1, 2$) については, 識別性のために $\mu_{1t} < \mu_{2t}$ という制約を課していることから, 制約条件を満たすように切断正規分布によってサンプリングを行う. これらのパラメータはギブズ・サンプラーによって得られる.

次に, ρ_t ($t = 1, \dots, T$) の全条件付事後密度は,

$$\begin{aligned} &\pi(\rho_t | \bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho_{-t}, S, Y, D) \\ &\propto |I - \rho_t D| \exp \left(- \sum_{i=1}^n \frac{(y_{it} - \mu_{s_{it}, t} - \rho_t \sum_{l=1}^n d_{il} (y_{lt} - \mu_{s_{it}, t}))^2}{2\sigma_{s_{it}, t}^2} \right), \quad (3.4) \end{aligned}$$

となっている. ただし, $\rho_{-t} = (\rho_1, \dots, \rho_{t-1}, \rho_{t+1}, \dots, \rho_T)'$ であり, この分布は標準的な分布でなく, 多くの先行研究においては酔歩連鎖メトロポリス・ヘイスティングス (Metropolis-Hastings: MH) アルゴリズムが用いられている. しかし, Ohtsuka and Kakamu (2010) では, 数値実験によって酔歩連鎖 HM や受容棄却 MH と格子ギブズ・サンプラーの推定効率を非効率因子の値や収束までの計算時間を基準に比較した結果, Ohtsuka and Kakamu (2009) で提案された格子ギブズ・サンプラーが最も効率的であると示していることから,

格子ギブズ・サンプラー⁷⁾によってサンプリングを行う。

格子ギブスサンプラーは (3.4) 式の累積分布関数を格子上で近似し、逆変換法を用いて、 ρ_t の全条件付事後分布よりサンプリングをする方法である。ここで、格子数を m とすると、空間的相関を示す $\rho_t \in [-1, 1]$ において以下の格子を与える⁸⁾。

$$-1 = \rho_{t1} < \rho_{t2} < \cdots < \rho_{tm} < \rho_{t,m+1} = 1.$$

さらに、この区間に入る $\rho_t^k (k \in \{1, \dots, m\})$ は、 $[\rho_{tk}, \rho_{t,k+1}]$ の中央値と仮定する。これより、区間 $[\rho_{tk}, \rho_{t,k+1}]$ における全条件付事後分布を次式を用いて近似すると

$$\omega_{tk} = \frac{\pi(\rho_t | \bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho_{-t}, S, Y, D)}{\sum_{h=1}^m \pi(\rho_t^h | \bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, \rho_{-t}, S, Y, D)},$$

となり、区間 $[\rho_{tk}, \rho_{t,k+1}]$ に ρ_t^k が入る確率が

$$\pi(\rho_t^k) = \frac{\omega_{tk}(\rho_{t,k+1} - \rho_{tk})}{\sum_{j=1}^m \omega_j(\rho_{t,j+1} - \rho_{tj})},$$

で求められる。最後に、確率 ρ_t^k で選んだ区間 $[\rho_{tk}^*, \rho_{t,k+1}^*]$ より一様乱数を発生させることで、 ρ_t をサンプリングすることができる。また、格子ギブズ・サンプラーにおいては格子の数の選択が重要になってくるが、Ohtsuka and Kakamu (2010) で格子の数を 100 に設定すると効率的であることが指摘されているので、本稿でも格子の数を 100 としている。

最後に、 s_{it} のサンプリング方法を示していく。まず、 $S_{-s_{it}}$ を S から s_{it} を除いたものと定義する。 $S_{-s_{it}}$ を条件とすると、 s_{it} の全条件付事後確率はベイズの法則より、

$$\begin{aligned} \Pr\{s_{it} = j | \bar{\mu}, \bar{\sigma}^2, w, \Pi, Y, D, S_{-it}\} \\ = \frac{w_{jit}^* \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{kt},t}^2}} \exp\left\{-\frac{e_{kt}(s_{it}=j)^2}{2\sigma_{s_{kt},t}^2}\right\}}{\sum_{h=1}^2 w_{hit}^* \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_{kt},t}^2}} \exp\left\{-\frac{e_{kt}(s_{it}=h)^2}{2\sigma_{s_{kt},t}^2}\right\}}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

となる。ただし、

$$w_{jit}^* = \begin{cases} p_{s_{i2},j} w_j, & (t=1) \\ p_{s_{i,t+1},j} p_{j,s_{i,t-1}} & (2 \leq t \leq T-1) \\ p_{j,s_{T-1}} & (t=T) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$e_{kt}(s_{it} = h) = y_{kt} - \mu_{s_{kt},t} - \rho_t \sum_{l=1, l \neq i}^n d_{kl}(y_{lt} - \mu_{s_{lt},t}) - \rho_t d_{ki}(y_{it} - \mu_{h,t}),$$

⁷⁾ 格子ギブズ・サンプラーについては Ritter and Taner (1992) を参照。格子ギブス・サンプラーの収束に関する理論的な結果については大森 (2001) で指摘されているように明らかとされていない。しかし、Bauwens and Lubrano (1998), Wago (2004) および Ohtsuka and Kakamu (2009) などの実証分析で取り上げられている。

⁸⁾ 本稿では、Ohtsuka and Kakamu (2009) と同様に等間隔の格子を用いて、推定を行う。

である。(3.6)式では、 s_{it} の全条件付事後確率が $s_{i,t-1}$ と $s_{i,t+1}$ に依存しているが、 $S_{-s_{it}}$ を所与としていることから、 $p_{s_{i,t+1},j}(j=1,2)$ は計算可能である。本稿の実証分析において、 s_{it} のサンプリングがギブス・サンプラーで十分効率的に行えることから、マルコフ切り替えモデルの尤度計算に必要なHamilton (1989)のフィルターや平滑化の計算を用いらずに、 s_{it} を(3.5)式の確率でランダムに選ぶ⁹⁾。

4. 実証分析

実証分析に先立って、本稿で使用したデータの説明をする。所得のデータとして、内閣府が公表している年次の1人あたり県民所得(単位千円)の対数値を用いる。データ期間は1986年から2004年までである。空間ウェイト行列 D として、Kakamu *et al.* (2008)で提案された、隣接ダミー行列を用いる¹⁰⁾。マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いるために、事前分布のハイパー・パラメータは

$$a_0 = 1.0, b_0 = 1.0, \mu_0 = 0.0, \tau_0 = 10, \nu_0 = 3.0, \lambda_0 = 0.25.$$

と設定し、20,000回の反復を行いMCMCによる事後分布からの確率標本を得た。そして、稼働検査期間として最初の15,000回を切り捨て、その後の5,000回のサンプルを事後分布からサンプリングされたものと見なして推定に用いている。本稿の計算結果はOx version 6.2 (Doornik (2006)を参照)を用いて得られたものである。

まずはじめに、本稿で用いる所得データが、先行研究で議論されている分布の状態、すなわち単峰型なのか双峰型のどちらに属するのかを検証することに加え、空間的相関の有無を検証するために対数周辺尤度を用いて検証していく。周辺尤度の計算には、Geweke (1999)の修正調和平均推定量を潜在変数を含むモデルにも適用できるように改良した渡部 (2009)の方法¹¹⁾によって周辺尤度の計算を行う。

表1は正規モデル、空間的自己回帰モデル、空間誤差モデルとこれらのモデルに多峰性分布を仮定したマルコフ切り替えモデルを仮定した6つのモデルの対数周辺尤度の推定値と

⁹⁾ 本稿と同様に中妻 (2005)では、平滑化などのフィルターを使用しないアルゴリズムを用いて実証研究が行われている。

¹⁰⁾ 沖縄を除くすべての都道府県は北海道、本州四国、九州の4つ主要な島のいずれかに位置する。この4島は、地理的に分離しているにもかかわらず、互いに鉄道や道路で結ばれている。例えば、北海道と本州は青函トンネルで結ばれている。本州と四国は淡路大橋と瀬戸大橋で互いに隣接しており、本州と九州は関門トンネルと大橋で結ばれている。これらのことを考慮して、鉄道や道路で結ばれているものも隣接と考えた空間ウェイト行列を作成した。

表1 対数周辺尤度によるモデル比較.

	マルコフ切り替え無し		マルコフ切り替え有り	
	対数周辺尤度	標準誤差	対数周辺尤度	標準誤差
正規モデル	311.077	0.021	241.785	0.219
空間自己回帰モデル	131.655	0.737	115.014	2.724
空間誤差モデル	364.608	0.064	206.787	0.099

注) 対数周辺尤度は渡部 (2009) の修正調和平均推定量, 標準誤差は Chib(1995) のデルタ法によって計算している.

標準誤差の結果をまとめたものである¹²⁾. 単峰型モデルと多峰型モデルの結果を比較してみると, いずれの空間構造においても, 単峰型となる正規モデルの方が対数周辺尤度の推定値は大きいことがわかる. このことは, 地域間所得分布に双峰型を仮定するよりも, 単峰型を仮定した方がモデルのあてはまりがよいことを示しており, Togo (2002) や Kakamu and Fukushige (2006) とは異なり, 所得の分布は 2 極化しておらず, Barro and Sala-i-Matin (1992) を支持する結果となった. Togo (2002) などの双峰型や多峰型を支持する先行研究では, 工業生産性の第 2 次産業データを用いて, 実証分析が行われていた. それゆえに, Togo (2002) では, Fujita and Tabuchi (1997) で示されているように産業構造の変遷が多峰性分布を示す結果となったと考えられる. 本稿で使用した所得データにおいても, 第 2 次産業 (製造業) から第 3 次産業 (ハイテク・サービス業) への産業構造の変遷がみられた期間である. しかし, 本稿の実証分析で用いた所得データは, 県内の全ての産業から得られる所得を平準化したものであることから, 生産側の多峰性分布の構造が所得側の分布には反映されない結果になったと推察される.

¹¹⁾ $\pi(Y)$, θ をそれぞれデータの周辺確率密度関数, 状態変数 S を除くパラメータとすると, 渡部 (2009) の修正調和平均推定量は以下のように定式化される.

$$\begin{aligned}\pi(Y) &= \left[E \left[\frac{g(\theta)}{\pi(Y|S, \theta)\pi(\theta)} \right] \right]^{-1} \\ &\approx \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{g(\theta^{(i)})}{\pi(Y|S^{(i)}, \theta^{(i)})\pi(\theta^{(i)})} \right]^{-1}.\end{aligned}$$

ただし, M は事後標本に用いるための反復計算の回数とし, θ は以下の切断正規分布を用いる.

$$g(\theta) = \xi^{-1} (2\pi)^{-d/2} |V_{\theta}|^{-1/2} \exp[-0.5(\theta - \bar{\theta})' V_{\theta}^{-1} (\theta - \bar{\theta})] \times I\{(\theta - \bar{\theta})' V_{\theta}^{-1} (\theta - \bar{\theta}) \leq F_{\chi_d^2}^{-1}(\xi)\}.$$

ここで, $\bar{\theta}$ と V_{θ} は各パラメータの全条件付事後分布からサンプリングされた値の標本平均と分散共分散行列であり, d はパラメータの数, $F_{\chi_d^2}(\xi)$ は自由度 d の χ^2 分布の累積分布関数である. 本稿では, $\xi = 0.95$ としている.

また, 本稿の分析は μ_{jt} に制約を課した切断正規分布を用いている. そのため $\pi(\mu)$ の基準化定数については, μ_0 , τ_0^2 を用いて, μ_{1t} , μ_{2t} の 10,000 回サンプリングを行い, そのうち切断されていない範囲からサンプリングされた回数を求め, $10,000 \div$ 指示関数の括弧内の制約を満たした回数を基準化定数としている.

¹²⁾ 本稿では, $\xi = 0.95, 0.9$ の場合で計算したが, 値はほとんど変わらなかったため, $\xi = 0.95$ の結果のみを掲載している.

表2 エルゴード分布.

	~7.75	7.75~7.85	7.85~7.95	7.95~8.05	8.05~
(186)	0.742	0.258	0.000	0.000	0.000
(163)	0.074	0.650	0.264	0.012	0.000
(205)	0.000	0.083	0.727	0.190	0.000
(187)	0.000	0.000	0.144	0.754	0.102
(105)	0.000	0.000	0.010	0.133	0.857
Ergodic	0.024	0.084	0.279	0.358	0.255

確認のために、マルコフ推移行列を作成し、エルゴード分布を計算した結果を表2に示している。第1列の括弧内の数字は t 期($t = 1, \dots, T-1$)に $\sim 7.75, 7.75 \sim 7.85, \dots$ に属する都道府県の数、各列には $t+1$ 期に $\sim 7.75, 7.75 \sim 7.85, \dots$ に移動した確率を示している。そして、Ergodicの行には、エルゴード分布を示している。この結果を見ると、7.95~8.05の区間を中心とした単峰型の分布をしており、Kawagoe (1999)で指摘されているように、エルゴード分布は一様分布ではなく、本稿と整合的な結果となることが確認できた。以上の結果から、単峰型を仮定した正規モデルについて見ていくことにする。

次に、単峰型のモデルに注目し、空間構造を見ていくと、対数周辺尤度の推定値および標準誤差の結果より、空間自己回帰モデル<空間的相関なし<空間誤差モデルの順であることがわかる。つまり、所得には空間的スピルオーバーはなく、空間的不均一性が存在することを意味する。これらの結果から、以下では正規モデルの空間誤差モデルの結果について詳しく見ていく。

表3から5は空間誤差モデルのパラメータ $\{\mu_t\}_{t=1}^T, \{\sigma_t^2\}_{t=1}^T, \{\rho_t\}_{t=1}^T$ の事後分布の事後平均、事後標準偏差、95%信用区間、Geweke (1992)の収束判定テストの p 値、非効率因子¹³⁾をまとめたものである。表3から5の結果より、全てCD統計量の p 値が0.01以上であることから、全てのパラメータについて、推定に用いたサンプルが事後分布に収束しているという帰無仮説は有意水準1%で受容される。また、非効率因子の値はあまり大きくなく、最も大きい μ_{12} であっても3.09となった。

図1には、 μ_t の推移を示している。 σ 収束を検討するにあたって、 μ_t の変化からいえる

¹³⁾ 非効率因子 (Inefficiency Factor: IF) は、Chib (2001)で提案された効率性の尺度であり、無相関の標本から計算する標本平均と同じ分散となるために何倍の標本数が必要であることを示している。非効率因子は、以下の式で計算される。

$$IF = 1 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} \hat{\rho}_l. \quad (4.1)$$

ここで、 $\hat{\rho}_l$ は l 次の標本自己相関を表す。ただし、無限次までの標本自己相関は計算できないので、自己相関が有意でなくなる次数 l 以降は切断する。

表3 空間誤差モデルによる μ_t の推定結果.

	事後平均	標準偏差	2.5%CI	97.5%CI	CD	IF
μ_1	7.541	0.049	7.428	7.625	0.21	1.04
μ_2	7.62	0.054	7.498	7.709	0.95	0.98
μ_3	7.68	0.058	7.55	7.778	0.62	1.40
μ_4	7.766	0.061	7.617	7.865	0.54	1.59
μ_5	7.824	0.064	7.669	7.925	0.22	2.25
μ_6	7.865	0.06	7.723	7.962	0.07	1.82
μ_7	7.872	0.051	7.753	7.957	0.25	1.97
μ_8	7.877	0.053	7.751	7.964	0.20	0.73
μ_9	7.906	0.051	7.786	7.986	0.36	2.51
μ_{10}	7.906	0.062	7.753	8.004	0.97	2.42
μ_{11}	7.943	0.063	7.787	8.037	0.01	2.49
μ_{12}	7.916	0.069	7.741	8.017	0.28	3.09
μ_{13}	7.907	0.06	7.762	7.998	0.14	1.90
μ_{14}	7.907	0.055	7.775	7.991	0.76	2.35
μ_{15}	7.908	0.059	7.762	7.996	0.64	3.16
μ_{16}	7.883	0.051	7.761	7.964	0.13	2.29
μ_{17}	7.867	0.054	7.734	7.953	0.25	1.69
μ_{18}	7.863	0.059	7.715	7.954	0.98	1.44
μ_{19}	7.862	0.058	7.727	7.956	0.19	2.23

注) CI, CD, IF はそれぞれ 信用区間, Geweke (1992) の収束判定テストの p 値, Chib (2001) の非効率因子を示す.

ことは少ないが, この図を見てみると 1991 年にかけて急激な成長を遂げたものの, それ以降は成長が鈍化している. そして, 1996 年に頭打ちとなり, それ以降停滞していることを見て取ることができる. これは, 1990 年代初頭のバブル崩壊により日本は例に見ない不況を経験し, 2004 年時点でもその状況から脱却できていないことを示唆する結果である.

次に, 図 2 を見ると, いずれの時点においても事後平均は 0.5 の周りで推定されているだけでなく, 95%信用区間が 0 を含んでいないことがわかる. この結果は, 空間的相関が所得分布において重要な役割を果たしていることを表しており, 強い空間的不均一性が存在することを示唆している. そして, その不均一性は, 平均の構造は変化しているものの, 分散と同様に時間を通じて大きく変化しないといった特徴がある.

最後に, 図 3 の σ_t^2 の結果を見て, σ 収束について検討する. この図からは 1995 年まで分散が僅かに小さくなっていることがわかる. 逆に, 1996 年以降は分散が大きくなっているように見える. しかしながら, それぞれの時点における事後平均は他の時点の 95%信用区間に含まれており, 分散はほとんど変化していないと判断した方が正しいであろう. つまり, この期間においては平均の構造は変化したものの, 分散の値は一定水準で推移し, σ

表4 空間誤差モデルによる σ_t の推定結果.

	事後平均	標準偏差	2.5%CI	97.5%CI	CD	IF
σ_1^2	0.02	0.004	0.013	0.03	0.26	1.46
σ_2^2	0.02	0.004	0.013	0.03	0.85	0.94
σ_3^2	0.02	0.004	0.014	0.031	0.49	1.05
σ_4^2	0.021	0.005	0.014	0.031	0.07	1.03
σ_5^2	0.02	0.004	0.013	0.03	0.28	1.28
σ_6^2	0.021	0.005	0.014	0.032	0.06	1.70
σ_7^2	0.019	0.004	0.013	0.029	0.93	1.32
σ_8^2	0.018	0.004	0.012	0.028	0.85	1.00
σ_9^2	0.017	0.004	0.011	0.026	0.06	1.81
σ_{10}^2	0.016	0.003	0.01	0.024	0.61	1.78
σ_{11}^2	0.016	0.004	0.011	0.025	0.94	0.73
σ_{12}^2	0.015	0.003	0.01	0.023	0.23	2.68
σ_{13}^2	0.015	0.003	0.01	0.023	0.42	0.97
σ_{14}^2	0.015	0.003	0.01	0.023	0.77	1.59
σ_{15}^2	0.016	0.003	0.01	0.024	0.07	1.20
σ_{16}^2	0.017	0.004	0.011	0.025	0.04	0.89
σ_{17}^2	0.017	0.004	0.011	0.025	0.58	1.31
σ_{18}^2	0.017	0.004	0.011	0.027	0.78	1.07
σ_{19}^2	0.021	0.005	0.014	0.032	0.56	1.00

注) CI, CD, IF はそれぞれ 信用区間, Geweke (1992) の収束判定テストの p 値, Chib (2001) の非効率因子を示す.

収束は確認できなかった.

以上の結果から総合的に判断すると, この期間における地域間所得分布は単峰型をしており, 空間的不均一性を持った構造をしている. そして, 平均はバブル崩壊まで急激な成長を遂げ, その後停滞するといった変化をしているにもかかわらず, 分散と空間的不均一性の構造は一定のままであるといった特徴を持っている. エルゴード分布を見ると, 単峰型をしていることから, σ 収束は確認できないもののこの単峰型をした分布は長期的に見ても安定した分布となっており, Braun and Kubota (2000) で得られたような東京と他の道府県の格差が拡大していくという結論は得られなかった.

5. 結語

本稿ではベイズ統計学の観点から, 2変量マルコフ切り替えモデルと空間計量経済モデルを用いて地域間所得分布を推定し, σ 収束と空間的相互関係について検討した. 分析結果からは, 地域間所得分布は単峰型をしており, Barro and Sala-i-Martin (1992) の実証結果を支持することに加え, 強い空間的不均一性が存在することが明らかとなった. また, 詳細に見ていくと, 分散や空間的不均一性の構造には大きな変化はなかった. 平均を見る

表5 空間誤差モデルによる ρ_t の推定結果.

	事後平均	標準偏差	2.5%CI	97.5%CI	CD	IF
ρ_1	0.514	0.15	0.201	0.789	0.37	1.85
ρ_2	0.537	0.152	0.212	0.804	0.27	1.37
ρ_3	0.551	0.148	0.238	0.817	0.85	1.01
ρ_4	0.556	0.15	0.238	0.828	0.43	1.49
ρ_5	0.569	0.146	0.257	0.832	0.51	1.61
ρ_6	0.559	0.147	0.258	0.83	0.10	2.79
ρ_7	0.517	0.154	0.189	0.794	0.45	2.02
ρ_8	0.525	0.157	0.193	0.816	0.80	0.66
ρ_9	0.51	0.159	0.185	0.8	0.28	1.61
ρ_{10}	0.598	0.147	0.288	0.855	0.37	2.20
ρ_{11}	0.583	0.151	0.274	0.856	0.20	3.02
ρ_{12}	0.621	0.148	0.307	0.88	0.16	3.09
ρ_{13}	0.581	0.151	0.259	0.855	0.75	1.49
ρ_{14}	0.562	0.154	0.237	0.841	0.99	1.59
ρ_{15}	0.56	0.158	0.224	0.85	0.91	2.27
ρ_{16}	0.505	0.165	0.166	0.817	0.67	1.78
ρ_{17}	0.527	0.16	0.19	0.818	0.61	1.40
ρ_{18}	0.564	0.149	0.251	0.839	0.54	1.29
ρ_{19}	0.512	0.159	0.182	0.802	0.25	1.66

注) CI, CD, IF はそれぞれ 信用区間, Geweke (1992) の収束判定テストの p 値, Chib (2001) の非効率因子を示す.

と 1991 年にかけて急激な成長を遂げたものの, それ以降は成長が鈍化している. そして, 1996 年に頭打ちとなり, それ以降停滞していることがわかった. σ 収束は確認できなかったが, エルゴード分布を見ると, 単峰型をしていることから, この単峰型をした分布は長期的に見ても安定した分布となっていることが確認された. この結果はエルゴード分布を用いた先行研究と異なる結果となっているが, 用いた所得のデータの定義や地域の単位の違いが, このような結果の違いにつながったものと考えられる.

最後に, 今後の課題について述べておく. 本稿で検討したモデルは数ある所得分布の中でも 1 例であり, さらに検討する分布もある. 例えば, Paap and van Dijk (1996) では, ガンマ分布と正規分布の混合分布を考えており, 本稿で用いた分布の特定化の誤りがこのような結果に導いた可能性も今後, 検証する必要がある. 言い換えれば, この結果だけから地域所得の分布が 2 極化していないと結論づけるのも早計かもしれない. また, 地域間所得の分布が単峰型から双峰型, あるいは双峰型から単峰型に構造変化した可能性も考えられる. 地域間所得分布の構造変化に関する研究はあまり進んでいないものの, こういった可能性に配慮して分析を拡張することが今後の検討課題である. さらに, 空間的相互関係

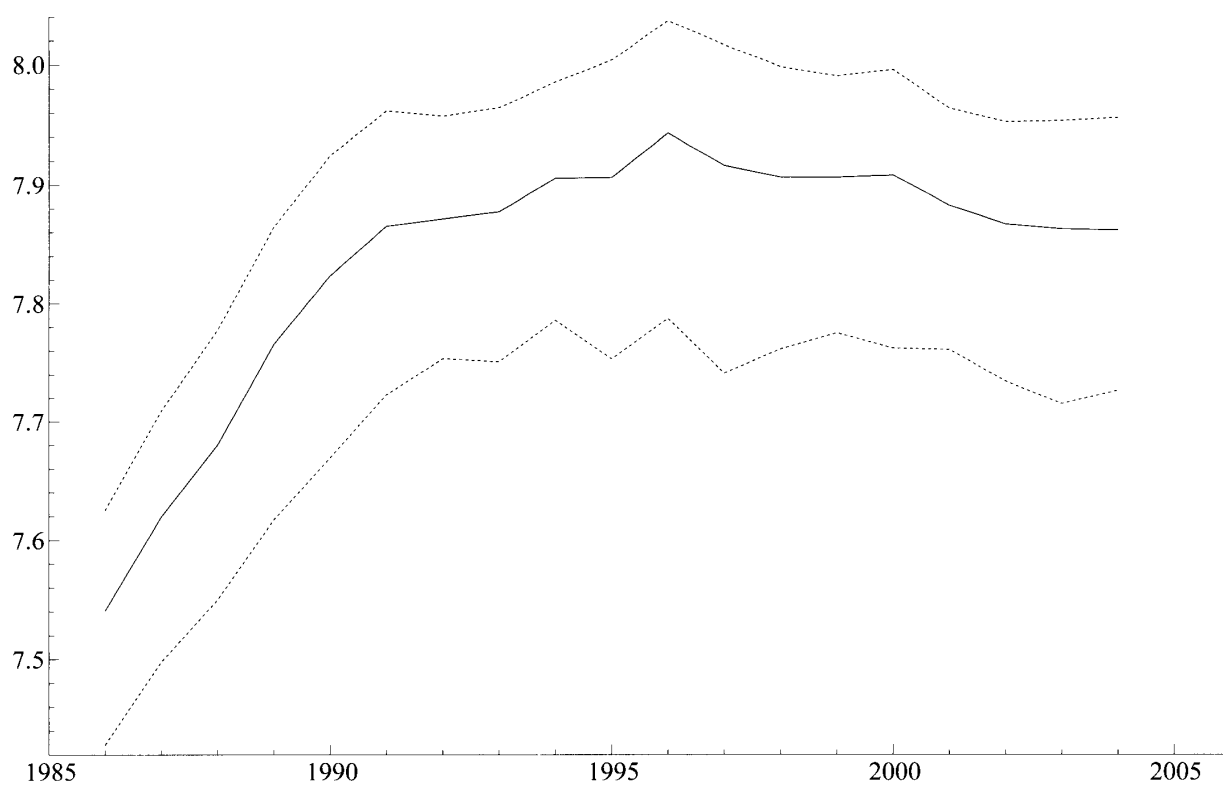


図1 空間誤差モデルによって推定された μ_t の推移 (事後平均:実線と 95%信用区間:点線).



図2 空間誤差モデルによって推定された ρ_t の推移 (事後平均:実線と 95%信用区間:点線).

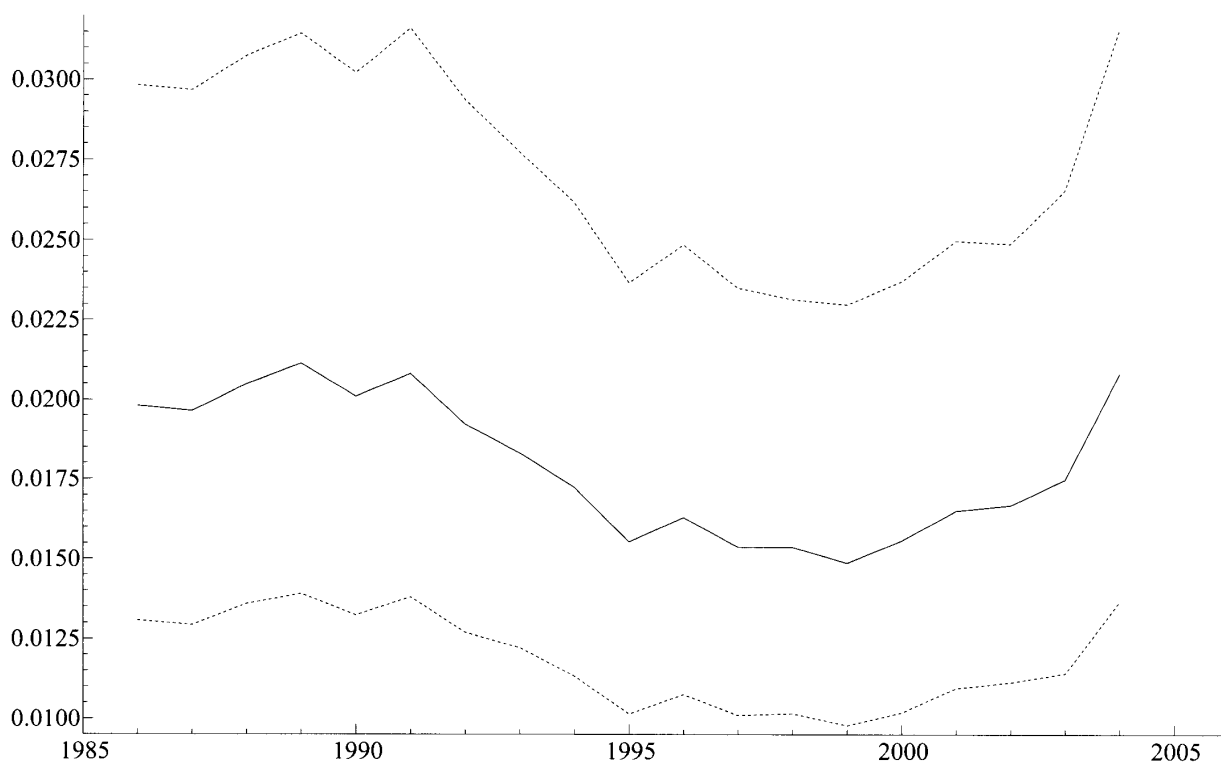


図3・空間誤差モデルによって推定された σ_t^2 の推移 (事後平均:実線と 95%信用区間:点線).

を示すパラメータは、本稿での実証結果においては 0.5 近傍で推移していたが、Kakamu *et al.* (2010) では景気変動するときには、空間的相互関係を示すパラメータが大きく上昇するという結果を得られていることから、空間的相互関係を示すパラメータに対しても、マルコフ切り替えモデルを導入するなど空間計量モデルの拡張も今後行っていかなければならない。

謝辞

本稿は、Kakamu and Wago (2010) “Regional Convergence in Japan: A Bayesian Spatial Econometric Perspective” を大幅に加筆修正したものである。本稿を作成するにあたって、19th International Conference on Computational Statistics の参加者および匿名の査読者からは貴重なコメントをいただいた。ここに記して感謝したい。そして、特集号編集担当者である大森裕浩先生 (東京大学) にも御礼申し上げたい。なお、本研究は科研費 (20730144) の助成を受けたものであるほか、本稿中のありうべき誤りはすべて筆者らに帰するものである。

参考文献

- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Dordrecht, Kluwer.
- Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. (1992). Regional growth and migration: A US-Japan comparison, *J. Jpn. Int. Econ.* **6**(4), 312–346.
- Bauwens, L and Lubrano, M. (1998). Bayesian inference on GARCH models using the Gibbs sampler, *Econometrics Journal*, **1**, c23–c46.

- Braun, A. R. and Kubota, K. (2000). The effect of government capital on labor productivity in Japanese prefecture, *mimeo*.
- Chib, S. (1995). Marginal likelihood from the Gibbs output, *J. Am. Stat. Assoc.*, **1**, 1313–1321.
- Chib, S. (2001). Markov chain Monte Carlo methods: Computation and inference, *Handbook of Econometrics* (eds. J. J. Heckman and E. Leaper), Elsevier, pp. 3569–3649.
- Doornik, J. A. (2006). *Ox: An Object Oriented Matrix Programming Language*, Timberlake Consultants Press, London.
- Fujita, M. and Tabuchi, T. (1997). Regional growth in postwar Japan, *Reg. Sci. Urban Econ.*, **27**, 643–670.
- Garcia, R. (1998). Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov switching models, *Int. Econ. Rev.*, **39**, 763–788.
- Geweke, J. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics 4* (eds. J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid and A. F. M. Smith), Oxford University Press, pp. 169–193.
- Hansen, B. E. (1992). The likelihood ratio test under nonstandard conditions: Testing the Markov switching model of GNP, *J. Appl. Econ.*, **7**, S61–S82.
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica*, **57**, 357–384.
- Hashiguchi, Y. (2010). Bayesian estimation of spatial externalities using regional production function: The case of China and Japan, *Economics Bulletin*, **30**, 751–764.
- Kakamu, K. and Fukushige, M. (2006). Productivity convergence of manufacturing industries in Japanese MEA, *Applied Economics Letters*, **13**, 649–653.
- Kakamu, K. and Wago, H. (2008). Small-sample properties of panel spatial autoregressive models: Comparison of the Bayesian and maximum likelihood methods, *Spatial Economic Analysis*, **3**, 305–319.
- Kakamu, K., Polasek, W. and Wago, H. (2008). Spatial interaction of crime incidents in Japan, *Mathematics and Computers in Simulation* **78**(2–3), 276–282.
- Kakamu, K., Wago, H. and Tanizaki, H. (2010). Estimation of regional business cycle in Japan using Bayesian panel spatial autoregressive approach, *Handbook of Regional Economics* (ed. T. P. Nolin), Nova Science Publishers, pp. 555–571.
- Kakamu, K., Polasek, W. and Wago, H. (2011). Production technology and agglomeration for Japanese prefectures during 1991–2000. forthcoming in *Pap. Reg. Sci.*
- Kawagoe, M. (1999). Regional dynamics in Japan: A reexamination of Barro regressions, *J. Jpn. Int. Econ.*, **13**, 61–72.
- LeSage, J. and Pace, R. K. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*, Chapman & Hall/CRC, London.
- 中妻照雄 (2005). 「経済成長の収束仮説—隠れマルコフ・モデルによる検証—」和合肇編著『ベイズ計量経済分析—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』, 第6章, 175–212.
- 中妻照雄 (2007). 『入門ベイズ統計学』朝倉書店.
- Nishino, H. and Kakamu, K. (2009). Grouped data estimation and testing of Gini coefficient using lognormal distributions, *mimeo*.
- Ohtsuka, Y. and Kakamu, K. (2009). Estimation of electric demand in Japan: A Bayesian spatial autoregressive AR(p) approach, *Inflation: Causes and Effects* (ed. L. V. Schwartz), Nova Science Publishers, pp. 156–178.
- Ohtsuka, Y. and Kakamu, K. (2010). Comparison of the sampling efficiency in spatial autoregressive model, *mimeo*.
- 大森裕浩 (2001). 「マルコフ連鎖モンテカルロ法の最近の展開」『日本統計学会誌』 **31**(3), 305–344.
- Paap, R. and van Dijk, H. K. (1998). Distribution and mobility of wealth of nations, *Eur. Econ. Rev.*, **42**, 1269–1293.
- Quah, D. (1993). Empirical cross-section dynamics in economic growth, *Eur. Econ. Rev.*, **37**, 426–434.
- Ritter, C. and Tanner, M. A. (1992). Facilitating the Gibbs sampler: The Gibbs stopper and the griddy Gibbs sampler, *J. Am. Stat. Assoc.*, **87**, 861–868.

- Rostow, W. W. (1960). *The Stages of Economic Growth: A Non-Communist Manifesto*, Cambridge university press.
- Seya, H., Tsutsumi, M. and Yamagata, Y. (2011). Income Convergence in Japan: A Bayesian spatial durbin model approach, forthcoming in *Econ. Model.*
- Sun, D., Tsutakawa, R. K. and Speckman, P. L. (1999). Posterior distribution of hierarchical models using CAR(1) distributions, *Biometrika*, **86**(2), 341–350.
- Temple, J. (1999). The new growth evidence, *J. Econ. Lit.*, **37**, 112–156.
- Togo, K. (2002). Productivity convergence in Japan's manufacturing industries, *Econ. Lett.*, **75**, 61–67.
- Wago, H. (2004). Bayesian estimation of smooth transition GARCH model using Gibbs sampling, *Mathematics and Computers in Simulation*, **64**, 63–78.
- 和合肇編著 (2005). 『ベイズ計量経済分析-マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』東洋経済新報社.
- 渡部敏明 (2009). 「マルコフ・スイッチング・モデルを用いた日本の景気循環の計量分析」『経済研究』**60**, 253–265.