

1. 概要

太陽を焦点の一つにとって軌道を描いている太陽系の惑星は全てケプラーの3法則の要請に則って運動を行っている。今回の研究テーマであるケプラー方程式とはその3法則の内の第2法則、面積速度一定則に従った運動を計算するための方程式である。この方程式は惑星の位置を近点を基準とした割合で表す平均近点角 M 、近点及び遠点とある時刻の惑星の位置との間にできる角度である離心近点角 U 、そして軌道の離心率 e との間で

$$M = U - e \sin U$$

を満たす超越方程式である。惑星の位置を決定するということは与えられた平均近点角に対する離心近点角を求めることを意味する。これら平均近点角や離心近点角等の軌道を決定する要素を総称して軌道要素というが、今回の研究においてはこれら軌道要素に関して調べると同時に、JAVAプログラミングにより離心近点角を数値的に求め、水星から海王星までの惑星の運動を再現させるシミュレータを作成した。

2. 惑星の位置決定

具体的な位置決定法として、以下の計算法を用いている。与えられた平均近点角 M_0 に経過時間 Δt と1日毎の軌道周回数である平均運動 n の積を加えて、ある時刻について M を求める。

$$M = n \times \Delta t + M_0$$

これを上述のケプラー方程式の左辺に代入し、離心近点角 U を求める。上にも書いたがこの方程式は超越方程式であり、解析的に解くことはできないため、ニュートン法を用いて数値的に求めた。

$$U_{n+1} = U_n - \frac{f(U)}{f'(U)}$$

ただし $f(U)$ はケプラー方程式の右辺から M を引いたものである。ニュートン法は上記の計算を複数回行う数値計算法である。算出された離心近点角 U を以下の数式に代入することによりある時刻における惑星の位置座標を得ることができる。この数式において、太陽は楕円の焦点に位置している。

$$x = a(\cos U - e)$$

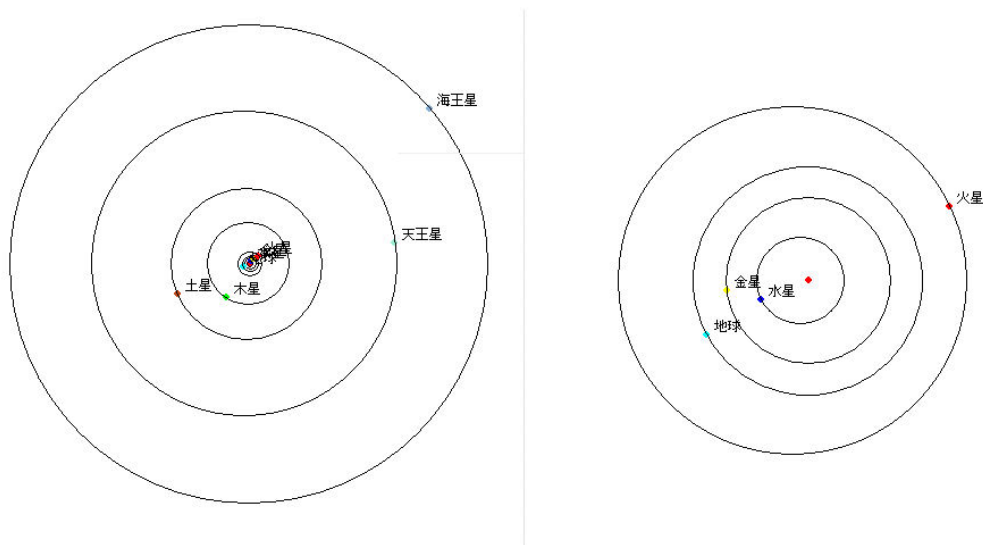
$$y = a\sqrt{1 - e^2} \sin U$$

上の式の a は惑星の軌道の長半径である。本プログラムではこの方法により時間ごとの xy 座標を求めている。

3. 軌道平面の決定

シミュレータは8つの惑星の軌道を、地球の軌道平面を基準とした平面で描写している。実際の軌道は3次元であり、同一平面に存在しないうえに、座標軸も共有しない。そのためにシミュレータでは軌道傾斜角を用いた地球の軌道平面への射影、近日点黄径を用いた座標軸の回転を行っている。軌道傾斜角はある惑星の軌道平面が地球の軌道平面に対してどれだけずれているかを示す値で、近日点黄径は軌道の座標軸が地球の座標軸に対してどれだけずれているか、またその惑星の運動の方向を示す値である。

4. シミュレータ画面



シミュレータはマウスホイールによる拡大縮小が可能である。左が縮小した図、右が拡大された図である。中心の点が太陽であり、それを焦点にして8つの惑星の軌道運動を再現した。

5. シミュレータの意義、今後の展望

このシミュレータにより太陽系の惑星の相互の位置を視覚的に捉えることができるようになる。それにより天体活動の日時などを視覚的に予想できるようになる。日食や月食などはこのシミュレータに月の要素を加えることにより予想できるようになる。それらの予想が可能となるように数値計算アルゴリズムの正確性を上げていくことがこのシミュレータの課題となっていくだろう。

6. 参考文献

軌道要素の数値は誠分堂新光社から出版されている天文年鑑2008年版による。