

## ■4群（無線通信）- 1編（無線通信基礎）

# 8章 復調技術

（執筆者：久保博嗣）[2009年3月 受領]

### ■概要■

復調とは、変調された情報を元に戻す処理であり、各種変調方式に対応してそれぞれの復調技術が存在する。今回は、デジタル情報を前提とした、デジタル変調方式に対する復調技術に関して論じる。復調方式を大きく分類すると、非同期復調方式と同期復調方式に分類することができる。一般には、非同期復調方式の方が同期復調方式と比較して簡易に実現できるが、その性能が同期復調方式と比較して劣化するという性質がある。非同期復調方式としては、包絡線振幅の大小にて情報を判定する包絡線検波方式 (Envelope Detection)、周波数偏移量の大小にて情報を判定する周波数検波方式 (Frequency Detection) がある。同期復調方式としては、受信信号から基準搬送波を再生することにより情報を判定する同期検波方式 (Coherent Detection) や1シンボル過去の信号からの遷移にて情報を判定する遅延検波方式 (Differential Detection) がある。これら復調技術に関して、最適性を考慮した技術に、MAP推定 (Maximum A Posteriori probability estimation) や最尤推定 (ML推定: Maximum-Likelihood estimation) と呼ばれる技術がある。

上記記載の復調技術は一般に、ナイキスト基準を満足する場合に限定したものである。しかし、隣接するシンボル間に干渉を与える符号間干渉 (ISI: Inter-Symbol Interference) 伝送路を前提とした復調技術も存在する。この復調技術は、自動等化や適応等化と呼ばれる技術である。適応等化は、符号間干渉の状況に応じて復調部のパラメータを調整し、符号間干渉の影響を抑圧、または、回避するものである。これらパラメータ調整に関しては伝送路推定技術、符号間干渉の抑圧に関しては等化技術が用いられる。等化技術に関しては、近年、等化と誤り訂正を組み合わせて繰り返し処理にて性能向上を図るターボ等化が検討されている。

更には、対象とするユーザ数を複数に拡張した場合の復調技術を、マルチユーザ検出と呼び、線形フィルタを用いるZF (Zero-Forcing)、MMSE (Minimum Mean Square Error) フィルタリング、非線形フィルタを用いるMLD (Maximum-Likelihood Detection)、SIC (Successive Interference Cancellation)、PIC (Parallel Interference Cancellation) なる技術がある。

### 【本章の構成】

本章は、復調技術に関して説明を行う。具体的には、検波方式 (8-1節)、最適受信 (8-2節)、伝送路推定 (8-3節) を述べた後、等化器 (8-4節)、マルチユーザ検出 (8-5節) について述べる。更には、誤り訂正符号の復号 (8-6節) について述べた後、ターボ等化 (8-7節) について述べる。なお、表記に関しては、 $a(t)$ は連続時間  $t$  における信号  $a$ 、 $a_k$ は離散時刻  $k$  における信号  $a$  を示すものとする。

### ■参考文献

- 1) 斉藤洋一, “デジタル無線通信の変復調,” 電子情報通信学会, 1996.

## ■4群 - 1編 - 8章

### 8-1 検波方式

(執筆者：岡崎彰浩) [2009年3月受領]

本節では、主にデジタル変調信号を復調するための復調方式を述べる。復調方式は、搬送波再生を行う同期復調方式とそれを行わない非同期復調方式に分類される。更に、搬送波再生を簡略化した検波方式である準同期復調方式に言及する。

#### 8-1-1 同期検波 (Coherent Detection)

同期検波は、同期復調方式の一つで、再生された搬送波を受信信号に乗積し、高周波成分を低域フィルタで除去することによりベースバンド信号を得る方式である (図8・1)。

同期検波は、搬送波の周波数、位相を完全に再生し、ベースバンド信号を得る方式である。本構成は単純であるが、搬送波再生を行う発振器を高い精度で制御する必要がある。

準同期検波 (Quasi-Coherent Detection) は、搬送波再生に誤差を許容し、ベースバンドにおいて周波数偏差、位相偏差補償を行う方式である。デジタル通信においては、ベースバンドにおける偏差補償が比較的容易であるため、主に準同期検波が用いられる。

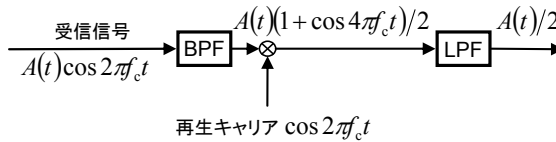


図 8・1 同期検波原理

#### 8-1-2 遅延検波 (Differential Detection)

遅延検波は、準同期復調方式の一種で、差動符号化により周波数、位相偏差補償を実現する検波方式である。遅延検波では、送信シンボルの位相変化に情報を重畳 (差動符号化) する変調器を用い、復調器において前シンボルからの位相差を検出する方式である。

遅延検波では、連続2シンボルの位相差を検出するため、準同期検波による偏差の影響は非常に小さい。しかし、遅延検波の復調性能は、差動符号化による誤り伝播と位相基準である前シンボルに含まれる雑音により劣化する。図8・2において、同期検波特性と比較して、差動同期検波特性は前者の誤りのみを、遅延検波特性は両者の誤りを含んだ特性を示す。後者の劣化を克服する技術として、複数の前シンボルより位相基準を抽出する多重遅延検波 (Multiple-Symbol Differential Detection) がある。

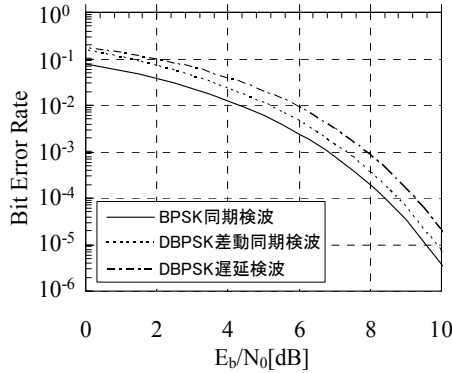


図 8-2 同期検波と遅延検波の復調性能

### 8-1-3 非同期検波 (Incoherent Detection)

非同期検波は、非同期復調方式の一つであり、包絡線検波 (Envelope Detection)、自乗検波 (Square-Law Detection)、周波数検波 (Frequency Detection) などがある。

包絡線検波、自乗検波は、ASK (Amplitude Shift Keying) などの振幅変調信号の検波に用いられる方式であり、整流素子 (例としてダイオードの整流特性や2乗特性) と低域フィルタを用いる構成が代表例である (図 8-3)。自乗検波は、非線形特性を活用するため、ひずみは大きい、入力感度は高い。

周波数検波は、FSK (Frequency Shift Keying) などの周波数変調信号の検波に用いられる方式であり、出力信号は入力信号周波数に比例する素子 (例として周波数判別器 (Frequency Discriminator)) を用いる。振幅情報が不要なため、振幅制限器 (Limiter) により検波回路の簡素化が可能である。

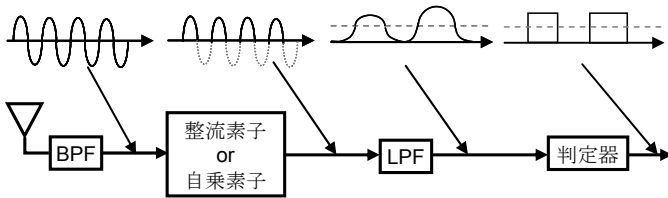


図 8-3 包絡線検波及び自乗検波

### 8-1-4 最適検波方式 (Optimum Detection)

伝送路が AWGN (Additive White Gaussian Noise) 伝送路である場合、検波後信号の SNR (Signal to Noise Ratio) を最大とする方式が最適であることが知られており、最適検波方式と呼ぶ。具体的な実現方式としては、図 8-4 に示す相関受信機 (Correlation Receiver) と整合フィルタ受信機 (Matched-filter Receiver) が代表である。図中、 $r(t)$ は受信信号、 $x(t)[m]$ は受

信号候補,  $T$ は標本化時間を示す.

相関受信機は, 受信信号と受信信号候補との相互相関を取得し, 最大相関電力を与える信号候補を得る手法である. また, 整合フィルタ受信機は, 相関器の代わりに受信信号候補に対する整合フィルタを用いる方式である. 両受信機は数学的に等価であり, 最適検波を実現する.

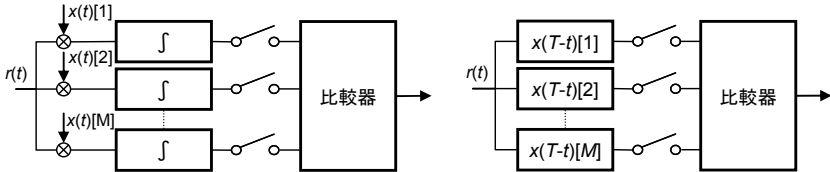


図 8・4 BPSK における最適検波方式 (左: 相関受信機 / 右: 整合フィルタ受信機)

■参考文献

- 1) 外山 昇監訳: “詳説 デジタル・アナログ通信システム”, 丸善株式会社

## ■4群 - 1編 - 8章

### 8-2 最適推定

(執筆著：久保博嗣) [2009年3月 受領]

観測された受信信号系列から送信されたビット系列を推定する際には、ビット誤り率を最小にする推定手法であることが望ましい。この観点から、受信信号系列が観測されたという条件下で事後確率を最大化する送信シンボルを推定値とする MAP (Maximum A Posteriori probability) 推定が最適である。本節では、MAP 推定とそこから派生する最尤推定 (Maximum-Likelihood estimation) について説明する。

#### 8-2-1 MAP 推定 (Maximum A Posteriori probability estimation)

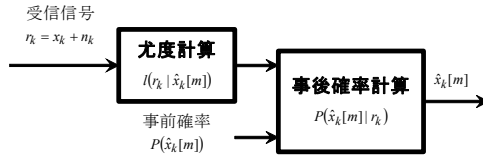


図 8・5 MAP推定

MAP 推定では、送信シンボル  $x_k$  (変調多値数  $M$ ) に対する送信シンボル候補  $\hat{x}_k[m]$  (ただし、 $m=1 \cdots M$ ) に関して事前に与えられた生起確率  $P(\hat{x}_k[m])$  を、受信信号を観測した結果計算される尤度  $l(r_k | \hat{x}_k[m])$  を用いて事後確率  $P(\hat{x}_k[m] | r_k)$  に更新し、事後確率が最大となる  $\hat{x}_k[m]$  を推定値として出力する (図 8・5)。事後確率はベイズの定理を用いて次のように計算できる。

$$P(\hat{x}_k[m] | r_k) = l(r_k | \hat{x}_k[m]) \cdot P(\hat{x}_k[m]) / p(r_k) \propto l(r_k | \hat{x}_k[m]) \cdot P(\hat{x}_k[m]) \quad (8 \cdot 1)$$

ここで、尤度は送信シンボル候補が  $\hat{x}_k[m]$  であった場合に受信信号  $r_k$  が観測される確からしさを表し、雑音  $n_k$  が分散  $\sigma^2$  のガウス過程に従う場合は次式で与えられる。

$$l(r_k | \hat{x}_k[m]) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|r_k - \hat{x}_k[m]|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8 \cdot 2)$$

#### 8-2-2 最尤推定 (ML 推定 : Maximum-Likelihood estimation)

MAP 推定は、繰り返し復調処理などによって事前確率が得られる場合に最適な方式である。一方、事前確率が得られない場合、すべての  $m$  に対して  $P(\hat{x}_k[m])$  は等しいと仮定するのが合理的である。このとき、事後確率が最大の送信シンボル候補を推定する処理は尤度計算のみで実行することができ、特に最尤推定と呼ぶ。

MAP 推定及び最尤推定はシンボル間に相関がある場合にも拡張できる。この場合、事後確率が最大となるシンボル系列を推定する必要があり、系列長に対して指数関数的に状態数が増えてしまう。これに対して、それぞれ、BCJR アルゴリズムやビタビアルゴリズムのようなトレリス線図を用いた手法を適用することで効率的に処理できる。

#### ■参考文献

- 1) J.G. Proakis, "Digital Communications," McGraw-Hill, 3<sup>rd</sup> Edition, 1995.

## ■4群 - 1編 - 8章

## 8-3 伝送路推定

(執筆者：久保博嗣) [2009年3月 受領]

復調における伝送路推定は、伝送路特性を推定する同定 (Identification) と、伝送路特性の逆特性を推定する逆フィルタ (Inverse Filtering) の二つの技術に代表される。これら伝送路推定は、実伝送路と推定モデルの2乗誤差を最小にする MMSE (Minimum Mean Square Error) 基準にてパラメータを決定することが多い。図 8・6 は、伝送路特性であるタップ付遅延線のタップ係数を同定するモデルを示す。以降、本モデルに従った伝送路推定に関して説明する。ここで、 $x_k$  及び  $r_k$  はそれぞれ送信信号及び受信信号、 $h[i]$  ( $i=0, 1, \dots, L$ ) はメモリ長が  $L$  のタップ付遅延線のタップ係数とし、推定タップ係数、送信系列は次のようにベクトル表記する。ここで、 $L=0$  時は、符号間干渉 (ISI: Inter-Symbol Interference) がない条件に相当する。

$$\hat{\mathbf{h}}_k^T = (\hat{h}_k[0], \hat{h}_k[1], \dots, \hat{h}_k[L]) \quad (8 \cdot 3)$$

$$\mathbf{x}_k^T = (x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}) \quad (8 \cdot 4)$$

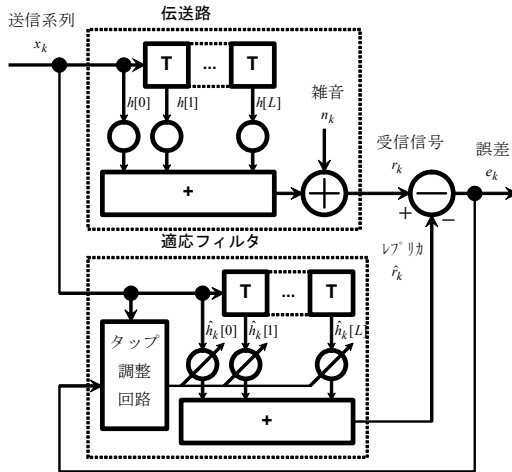


図 8・6 想定する伝送路同定のモデル

## 8-3-1 トレーニング信号、パイロット信号

受信側にて伝送路推定をするには、通常既知信号を送信し、受信信号とこの既知信号を活用して実施することが多い。この既知信号のことを、適応等化の分野ではトレーニング信号、復調の分野ではパイロット信号と呼ぶが、基本的に同一のものである。なお、適応等化を実現するには、タップ付遅延線の複数のタップ係数を推定することが重要となり、既知信号としては、ランダムな信号系列が必要とされることが多い。

### 8-3-2 最小2乗法（決定論的正規方程式）

既知信号と受信信号から、伝送路特性を推定する技術として、最小2乗法（決定論的正規方程式）がある。例えば、図8・6の伝送路モデルにおいて、 $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ という $N$ シンボルの送信信号が既知である場合、タップ係数は次のような擬似逆行列にて同定でき、この手法を最小2乗法（決定論的正規方程式）と呼ぶ。

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^H \mathbf{r}) \quad (8 \cdot 5)$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_L & x_{L-1} & \cdots & x_0 \\ x_{L+1} & x_L & \cdots & x_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_{N-L-1} \end{pmatrix} \quad (8 \cdot 6)$$

$$\mathbf{r}^T = (r_L, r_{L+1}, \dots, r_{N-1}) \quad (8 \cdot 7)$$

### 8-3-3 LMS アルゴリズムと RLS アルゴリズム

LMS (Least Mean Square) アルゴリズムと RLS (Recursive Least Squares) アルゴリズムは、推定モデルの誤差信号を活用し、逐次的に推定タップ係数を更新することにより、伝送路特性を推定する。両アルゴリズムとも、次に示す更新アルゴリズムにて動作し、その相違はゲインを示す  $\mathbf{K}_k$  のみである。ここで、LMS アルゴリズムは、演算量は少ないが送信信号の性質によっては収束速度が低下する。一方、RLS アルゴリズムは、送信信号の性質にかかわらず、収束速度が高い。

$$\hat{\mathbf{h}}_{k+1} = \hat{\mathbf{h}}_k + e_k \mathbf{K}_k \quad (8 \cdot 8)$$

$$e_k = r_k - \hat{r}_k \quad (8 \cdot 9)$$

$$\hat{r}_k = \hat{\mathbf{h}}_k^T \mathbf{x}_k \quad (8 \cdot 10)$$

ここで、LMS アルゴリズムの  $\mathbf{K}_k$  は、

$$\mathbf{K}_k = \mu \mathbf{x}_k^* \quad (8 \cdot 11)$$

で、ステップサイズパラメータ  $\mu$  にて、収束速度や残留誤差を調整できる。RLS アルゴリズムの  $\mathbf{K}_k$  は、

$$\mathbf{K}_k = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{P}_{k-1}}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{x}_k^*} \mathbf{x}_k^* \quad (8 \cdot 12)$$

$$\mathbf{P}_k = \lambda^{-1} \mathbf{P}_{k-1} - \lambda^{-1} \mathbf{K}_k \mathbf{x}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (8 \cdot 13)$$

で、忘却係数  $\lambda$  にて、収束速度や残留誤差を調整できる。 $\mathbf{P}_k$  は  $(L+1) \times (L+1)$  行列である。

#### ■参考文献

- 1) 武部 幹 訳, “適応フィルタ入門,” 現代工学社, 1987
- 2) S. Haykin, “Adaptive filter theory,” Prentice-Hall, 1991

## ■4群-1編-8章

## 8-4 等化器

(執筆著: 岡崎彰浩) [2009年3月受領]

等化器 (Equalizer) は、伝送路ひずみを補正する装置であり、線形処理により補正を行う線形等化器 (Linear Equalizer) と非線形処理により補正を行う非線形等化器 (Non-Linear Equalizer) がある。線形等化器は、比較的小さなひずみを補償可能であり、少ない演算量で安定した特性が得られる。一方、非線形等化器は、複雑な演算により大きなひずみを補償可能である。

## 8-4-1 線形等化器 (Linear Equalizer)

代表的な線形等化器は図 8・7 に示す時間領域におけるタップ付遅延線である。タップ係数は、本章 8-3 節で記述する逆フィルタにより得られる。有限メモリ長の伝送路に対する逆フィルタは無限時間のインパルス応答をもつため、理論的には無限長のフィルタタップが必要とされる。一般的には、実用的なフィルタ長を有する逆フィルタにより近似される。

時間領域におけるタップ付遅延線は受信信号とタップの畳込み演算である。一方、本信号処理を周波数領域に行くと、複素乗算処理となり、処理演算の簡素化が可能である (図 8・8)。周波数領域におけるタップ係数導出アルゴリズムは、伝送路の各周波数応答の逆数を用いる ZF (Zero-Forcing) アルゴリズムと、雑音電力を考慮し MMSE (Minimum Mean Square Error) を最小化する MMSE アルゴリズムが代表例である。

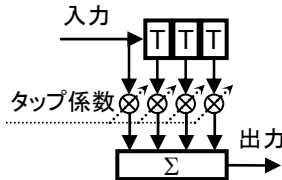


図 8・7 時間領域線形等化器

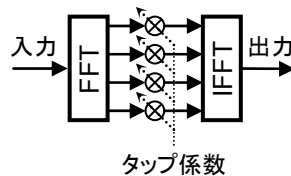


図 8・8 周波数領域線形等化器

## 8-4-2 非線形等化器 (Non-Linear Equalizer)

非線形等化器は、1 シンボル以上の遅延波が存在するような、大きな波形ひずみを補償するために用いられる。代表的な非線形等化器として、判定帰還型等化器 (DFE: Decision Feedback Equalizer) と、最尤系列推定器 (MLSE: Maximum-Likelihood Sequence Estimator) がある。

判定帰還等化器は、過去シンボルの判定値を用いて遅延波成分を除去する等化器であり、先行波電力が十分大きい、最小位相条件の伝送路において効果的である。一方、最尤系列推定器は、8-2-2 項で述べた最尤推定を用いた等化器であり、過去シンボルの送信シンボル候補をトレリス線図の状態として保有し、すべてのシンボル候補に対する尤度を算出し、最も尤度の高いシンボル候補を選択する。本方式では、先行波同様、遅延波の電力を尤度算出に活用できるため、非最小位相条件においても有効に動作する。また、本トレリス線図に対しビタビアルゴリズムを適用することにより、演算量を大幅に削減可能である。

## ■参考文献

- 1) 堀越淳 監修, “デジタル移動通信のための波形等化技術,” トリケッブス, 1996.



## ■4群-1編-8章

## 8-5 マルチユーザ検出

(執筆著：岡崎彰浩) [2009年3月 受領]

本節では、 $N$  系統の空間的に多重された信号を推定するマルチユーザ検出について説明する。 $M$  本の受信アンテナを仮定し、送信信号を  $N$  次元複素ベクトル  $\mathbf{x}$  で、伝送路を  $M \times N$  次元複素行列  $\mathbf{H}$  でそれぞれ表す。このとき、 $M$  次元複素受信信号ベクトル  $\mathbf{r}$  は  $\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$  と表すことができる。ただし、 $\mathbf{n}$  は  $M$  次元複素雑音ベクトルを表す。

## 8-5-1 ZF, MMSE (Zero-Forcing, Minimum Mean Square Error)

ZF, MMSE は、線形フィルタ  $\mathbf{W}^T$  を  $\mathbf{r}$  に乗算することで干渉を抑制し各信号を検出する方式である。理想的に制御された場合、ZF では干渉を完全に除去するフィルタ係数  $\mathbf{W}^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$  に収束し、MMSE ではフィルタ出力と所望信号との 2 乗誤差を最小化する係数  $\mathbf{W}^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \gamma^{-1} \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{H}^H$  を形成する。ここで  $\gamma$  は SNR (Signal to Noise Ratio) を表す。正しく推定を行うためには  $M \geq N$  を満たす必要がある。

## 8-5-2 MLD (Maximum-Likelihood Detection)

MLD は、本章 8-2 節で説明した最適推定と同様に、尤度が最も高い送信シンボル候補を推定する手法である。具体的には、受信信号との 2 乗誤差  $\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2$  が最小となる  $\hat{\mathbf{x}}$  を検出する。MLD は、多重された信号数に対して指数関数的に処理量が増加するものの、最適な信号分離性能を有する。

## 8-5-3 SIC, PIC (Successive / Parallel Interference Cancellation)

SIC, PIC は、線形フィルタによる信号検出と干渉キャンセルを繰り返す構成をもつ。SIC は多重信号を逐次検出及びキャンセルしていくのに対し、PIC は  $N$  系統の信号を検出した後、互いに干渉成分をキャンセルする処理を所定の回数繰り返す構成を有する。

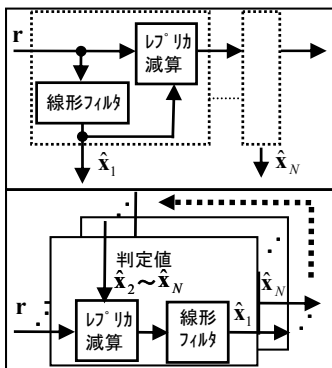
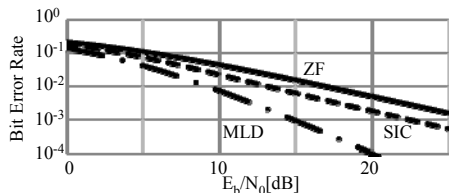


図 8-9 SIC (上図) と PIC (下図)

図 8-10  $E_b/N_0$  に対する率特性 ( $N=M=2$ , BPSK)

## ■参考文献

- 1) 大鐘武雄, 西村寿彦, 小川恭孝, “MIMO チャネルにおける空間分割多重方式とその基本特性,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J87-B, no.9, pp.1162-1173, 2004.

## ■4群 - 1編 - 8章

### 8-6 誤り訂正符号の復号

(執筆者：岡崎彰浩) [2009年3月 受領]

本節では、代表的な誤り訂正符号の概要とその主な復号方式を記述する。

#### 8-6-1 畳込み符号 (Convolutional Code)

誤り訂正符号には主に情報系列を  $k$  個のブロックに区切ってブロックごとに独立に符号化するブロック符号と、各ブロックにおける符号化が互いに独立ではなく、それ以前の情報系列にも依存する方法で符号化する畳込み符号がある。畳込み符号化は  $k$  個の入力情報系列を符号器シフトレジスタに入力し、これらのレジスタ格納値に生成多項式で定まる線形組合せ演算を行い、 $n$  個の出力系列を生成することで符号化率  $R=k/n$  の符号語を得る (図 8・11)。符号化系列はしばしば符号器レジスタの状態とその時間遷移図 (トレリス線図) を用いて記述される (図 8・12)。畳込み符号はトレリス線図に基づき受信系列との尤度が最も高い状態系列 (パス) を選ぶビタビ復号法という方法で復号可能である。復号では、ある時刻の各状態に一つの生き残りパスと呼ばれる候補パスが導出されており、ステップごとに各状態から複数の取り得る枝が次の時刻の各状態に接続される。その結果、次時刻の各状態に複数パスが合流するが、その中から最尤パスが一つ選択され該当する状態の次の生き残りパスとなる。この操作の結果、トレリス線図の最終段で 1 本のパスが確定し、復号系列として出力される。ビタビ復号は最尤復号の一種であり、符号器レジスタの数が少ない場合は実装規模も比較的小さいことから、多くの分野で実用化されている。

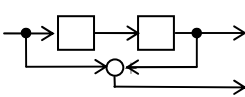
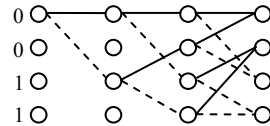


図 8・11  $R=1/2$  畳込み符号器の例



(実線：入力 0 による遷移。破線：入力 1 による遷移)

図 8・12 トレリス線図

#### 8-6-2 ターボ符号 (Turbo Code)

ターボ符号は主に二つの再帰的組織畳込み (RSC: Recursive Systematic Convolutional) 符号器をインターリーブで並列に接続化することで構成される。復号にはそれぞれの RSC 符号器に対応した軟判定値 (事後確率、外部値) を出力できる復号器を用い、ある RSC 符号器の復号出力をほかの RSC 符号器の復号入力 (事前値 = 前段の外部値) に与え、相互にやりとりしながら繰り返し復号を行う。特にシャノン限界に迫る特性を示すことから多くの分野で実用化されている。なお、外部値は事後確率の導出過程で得られる値である<sup>1)</sup>。

このターボ符号の代表的な復号法として最大事後確率 (MAP: Maximum A Posteriori probability) 復号の一種である BCJR アルゴリズムがあげられる。BCJR アルゴリズムは符号のトレリス線図を利用して事前値から効率良く事後確率を計算するアルゴリズムである。畳込み符号の最尤復号であるビタビ復号は、各ビットの事前値などの事前情報が得られない場合には MAP 復号と同じ復号性能を実現できるが、ターボ符号の復号のように繰り返し復

号により事前情報が得られる場合には、MAP 復号が優れている。ただし BCJR アルゴリズムでは非常に大きなダイナミックレンジと計算量が必要になるため、対数領域での計算と近似によりこれらの問題を回避する Max-Log-MAP アルゴリズムが知られている。BCJR アルゴリズムではトレリス線図内のすべてのパスを考慮して計算する必要があるが、Max-Log-MAP アルゴリズムでは対数領域での計算と近似を用いることで、各状態において生き残りパスのみを対象とした計算に置き換えることができ、効率的な計算ができる。また、更に Max-Log-MAP アルゴリズムを近似しビタビアルゴリズムに基づいて軟入力、軟出力を行う SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm) も知られており、大幅な計算量の削減が可能となる。

### 8-6-3 LDPC 符号 (Low-Density Parity-Check code)

低密度パリティ検査 (LDPC: Low-Density Parity-Check) 符号は、検査行列が低密度 (検査行列内の非零要素の数が非常に少ないことを意味する) であり、優れた最尤復号特性を保証するランダム性を保ちつつ、復号に適した構造、すなわち、疎なグラフ構造を備えており、シャノン限界に迫る復号特性を実現する。

LDPC 符号の復号法の一つである sum-product 復号法は受信系列に基づき送信系列の事後確率を計算するアルゴリズムであり、MAP 復号法に属する。多くの場合 LDPC 符号はその検査行列をタナグラフという 2 部グラフに置き換えて議論され、検査行列の各列に対応するメッセージノードと各行に対応するチェックノードで表現し、行列内の非零要素が行と列の交点に存在する場合、この交点をメッセージノードとチェックノードを結ぶ辺で表現する (図 8・13)。各ノード間でやり取りされる情報を総称してメッセージと呼ぶが、このメッセージの更新の際に積操作 (product operation) と和操作 (sum operation) を繰り返すことから sum-product 復号法の由来となっている。sum-product 復号法は MAP 復号法の一つであることから、やはり事前値を入力し事後確率及び外部値を出力しながら繰り返し復号を行うが、確率領域でそのまま計算する方法と主にダイナミックレンジの問題の解決のために対数領域で計算する方法があり、後者が実装に適する。また、チェックノードからメッセージノードへのメッセージの更新の際に対数領域 sum-product 復号法の一部の関数が直前のメッセージノードからチェックノードへのメッセージの最小値に近似できることを利用した簡易復号法として min-sum 復号法もよく知られている。

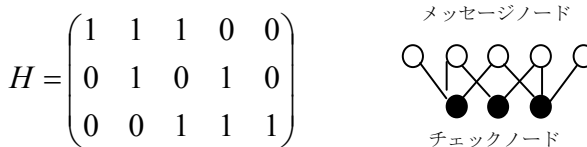


図 8・13 検査行列とそのタナグラフの例

#### ■参考文献

- 1) 和田山正, “低密度パリティ検査符号とその復号法,” トリケップス, 2002.

## ■4群-1編-8章

## 8-7 ターボ等化

(執筆者：久保博嗣) [2009年3月受領]

ターボ等化は、等化器とチャネル復号器に対しターボ復号アルゴリズムを適用し、符号間干渉 (ISI: Inter-Symbol Interference) 伝送路を補償する手法である。図 8・14 は、ターボ等化のブロック図である。ターボ等化は、主に等化器とチャネル復号器で構成されており、信頼度情報のやり取りを繰り返すことで ISI の低減を図っている。等化器では、チャネル復号出力から得られた事前対数尤度比 (LLR: Log-Likelihood Ratio)  $\bar{\lambda}_k^{dec,a}$  を基に事後 LLR  $\bar{\lambda}_k^{eq,p}$  を求める。そして、チャネル復号器入力に必要となる外部 LLR  $\bar{\lambda}_k^{eq,e}$  を求めるために、次式の関係を利用する。これはベイズの定理から導出できる。

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}_k^{eq,p} &= \ln[p(r_k | x_k = +1) / p(r_k | x_k = -1)] + \ln[p(x_k = +1) / p(x_k = -1)] \\ &= \bar{\lambda}_k^{eq,e} + \bar{\lambda}_k^{dec,a}\end{aligned}\quad (8 \cdot 14)$$

ここで、 $r_k$  及び  $x_k$  はそれぞれ受信信号及び送信信号 (BPSK (Binary Phase Shift Keying) を仮定) である。次に、求められた外部 LLR  $\bar{\lambda}_k^{eq,e}$  は、デインターリーブ後、チャネル復号器の事前 LLR  $\lambda_k^{eq,a}$  として使用される。チャネル復号実施後、得られた事後 LLR  $\lambda_k^{dec,p}$  を出力し、次の繰り返し返しにおける等化处理のために外部 LLR  $\lambda_k^{dec,e}$  を式 (8・14) と同様に  $\lambda_k^{dec,p} = \lambda_k^{dec,e} + \lambda_k^{eq,a}$  となる関係を用いて算出する。そして、インターリーブを行い、事前 LLR  $\lambda_k^{dec,a}$  として等化器に引き渡す。以上の一連の操作を繰り返す。

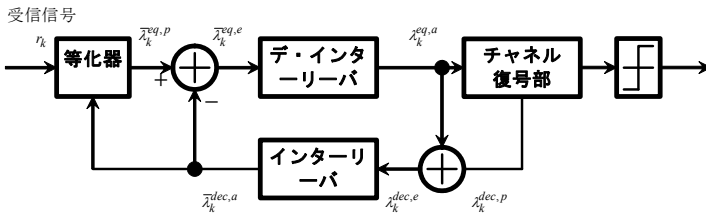


図 8・14 ターボ等化ブロック図

等化器としては、非線形等化器である MAP (Maximum A Posteriori probability) 等化器が最適であるが、マルチパスの増加に伴い演算量が指数関数的に増大する。これに対し、線形等化器である MMSE (Minimum Mean Square Error) 等化器は、MAP 等化器のような演算量の指数関数的な増大がなく、盛んに研究がなされている。MMSE 等化器では、ソフトキャンセラと MMSE フィルタを併用しており、ソフトキャンセラによって ISI を低減した後、MMSE フィルタによって残留 ISI を抑圧している。インターリーブ出力から得られる事前 LLR  $\bar{\lambda}_k^{dec,a}$  は、ソフトレプリカシンボルに変換され、ソフトキャンセラにおける ISI レプリカや MMSE フィルタ係数算出に使用される。

■参考文献

- 1) 松本 正, 衣斐信介, “ターボ等化の基礎, 及び情報理論的考察,” 信学論, vol.J90-B, no.1, pp.1-16, Jan. 2007
- 2) M. Tüchler, R. Koetter, and A. Singer, “Turbo equalization: Principles and New Results,” IEEE Trans. Commun., vol.50, no.5, pp.754-767, May 2002.