「ワイブル分布」

ワイブル分布とは、機械や物体が壊れる、劣化するといった現象になる確率を示す（近似する）際に使われる確率分布のことをいい、スウェーデンの数学者ワイブルによって提案されました。

数式でみると複雑ですが、パラメータを変えることで時間とともに故障率が小さくなるものも、大きくなるものも表現でき、汎用性が高く、幅広く使われています。

経過時間 x における故障発生率を示す関数は次式のようになり、α、β はパラメータで、α が分布の形状、β が分布の幅を決める要素となります。とはいえ、この式はややこしいので軽く読み流して下さい。

ワイブル確率密度関数　：　$f(x,\alpha,\beta)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}e^{-(x/\beta)^{\alpha}}$

エクセルの関数表記では、WEIBULL.DIST(x, α , β ,false)で、グラフを描くと、図-１のようになります。

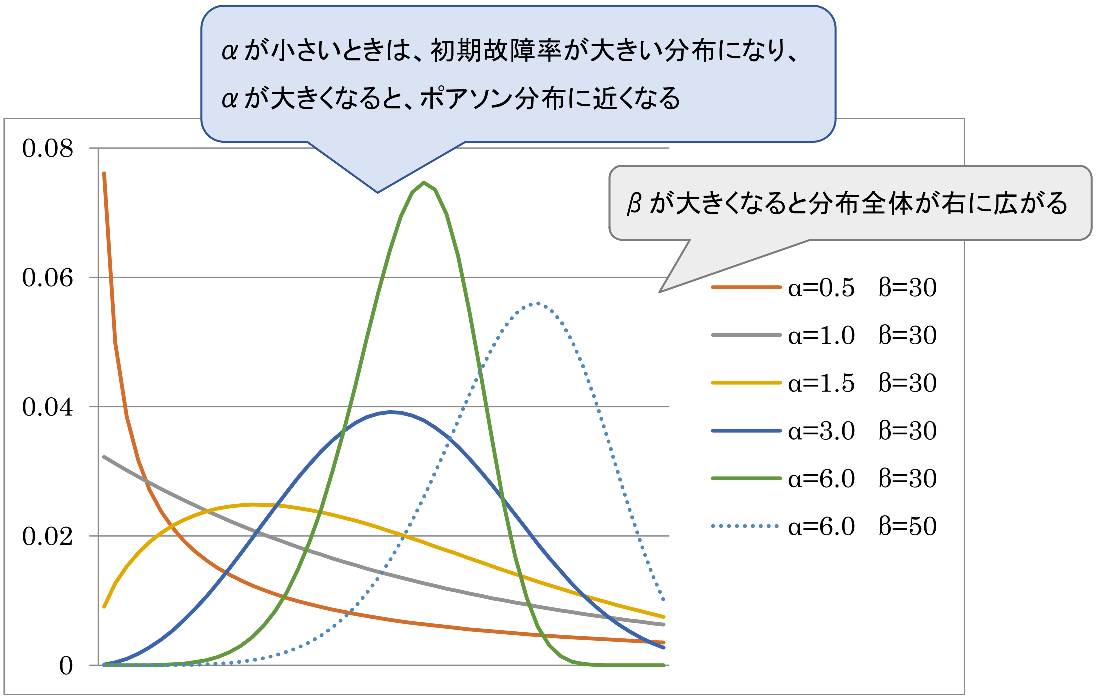

図-1　ワイブル確率密度関数の例

経過時間 x までに故障がおきている発生率（つまり累積発生率）を示す関数は次式になります。

ワイブル累積分布関数：$F(x,\alpha,\beta)=1-e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}}$

こちらは累積発生率で、先ほどが瞬時発生率ということで、こちらの数式 F を時間 x で微分したものが先ほどの数式 f になっています。エクセル関数表記では、false が true に変わり、WEIBULL.DIST(x, α , β ,true)で、グラフを描くと図-2 になります。

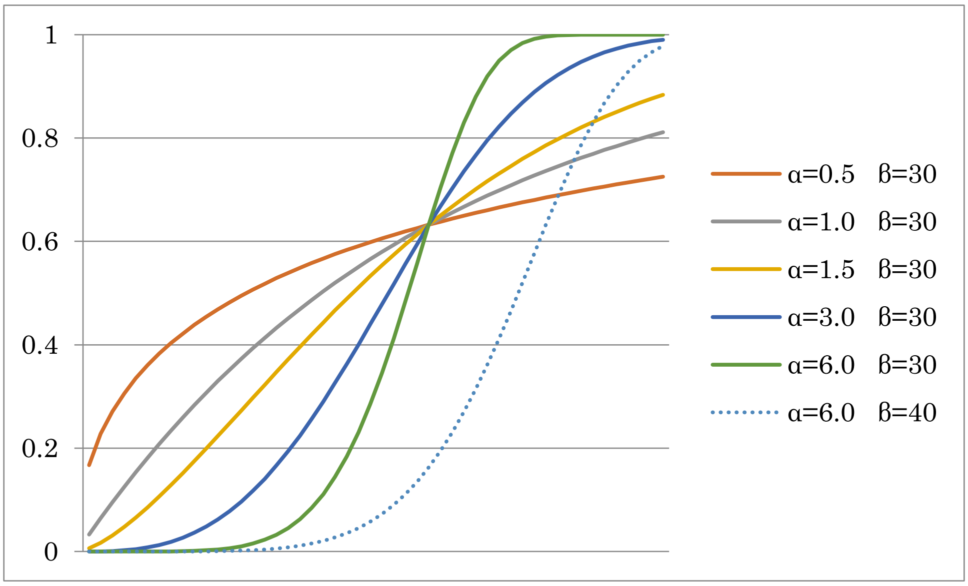

図-2　　ワイブル累積分布関数の例

使い方は色々とありますが、私が使った手順を一例として説明させて頂きます。目標は「管きょの寿命は何年だろう」でした。

一番手っ取り早いのは、100 年前に布設した管きょ延長が各年度にどれだけ残っているか調べ、図-2 の累積分布を描き、α β を決める・・・ですが、そんなデータは入手する手段は思いつきませんでした。

二番目の方法として、各年度に設置した管きょ延長は「今年度当初」の延長はいくらで、今年度中の改築更新延長はいくらかを調べ、図-1 の情報を得るという手段でした。こちらは全国調査させて頂き、集計することで、何年目の管きょが 1 年後に何%減る（故障発生率 f）を得て、各年数の故障しない率（1-f）を掛け算していき、累積残存率（R＝1-F）を得ました。

得られた数値（グラフ）にワイブル関数を近似させα β を決める方法を調べると、「ワイブル確率紙」というものがあります。簡単に説明すると、ワイブル累積分布関数（F）の両辺を 2 回 log とると直線になるので、log 目盛りになっている「ワイブル確率紙」にデータをプロットし、直線近似（最小二乗法）を行い、α β を得るというものでした。ですが、やってみると全然近似しない。考えると至極当然で、loglog で近似しているので、それを戻すと数値が大きい側が累乗 2 回で近似から外れてしまいます。昔の手計算時代の手法のようで、早々に諦めました。

次に行った方法は、直接最小二乗法で近似させる方法でした。今は PC もエクセルもあるため、得られたデータ値に対して、仮のワイブル関数との乖離を求め、その二乗の合計値が最小となるようエクセルのソルバーを使ってα βを出しました。この結果、綺麗な近似が得られました。

このように、数が多く、経過年数での故障率がある程度調べられる機械や物体は、ワイブル分布に近似することで、半数に故障が見られるのは何年目、8 割に故障が見られるのは何年目といったことを推測できるようになります。

ワイブル分布使う機会がありましたら、参考にして下さい。

（技術開発企画課）