

# 平面上での非弾性衝突

## —その理論と実際—

奈良県立奈良高等学校 仲野 純章

### 1. はじめに

衝突現象は、最も身近な物理現象の一つであり、古くから、研究対象としても多くの関心を集めてきた。特に、17世紀前後は衝突現象についての研究が盛んに行われた時期である。当初、運動する物体に衝突されたときに受ける大きな衝撃力への関心が高く、Galilei (1564–1642) も衝撃力を測定する実験を行い、衝突によって生じる力は静的な力よりも大きくなることなどをまとめている。ただし、Galileiの研究やそれ以前の研究では、衝撃力に注目し過ぎたため、衝突現象全体を捉えきれなかった<sup>(1)</sup>。そのような中、Marci (1595–1667) は、本格的な衝突実験を実施し、例えば、図1(1)のように静止している3個の同一物体a, b, cに、やはり同一物体dが衝突したとき、図1(2)のように物体dは静止し、失われた運動が物体cに移行することなどを報告している<sup>(2)</sup>。その後、Descartes (1596–1650) やHuygens (1629–1695) などにより、運動量の概念が打ち出され、運動量保存則が確立されていく。そして、1687年には、Newton (1643–1727) により、有名な「プリンキピア (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica)」が著される<sup>(3)</sup>。その中には衝突現象への言及も見られ、物体同士の衝突に関して、反発係数というパラメータが導入されている。現在、我々が多様な衝突現象について理論的な議論ができるのは、彼らを始めた多くの先人たちのこうした基礎的な研究の蓄積があるからこそである。

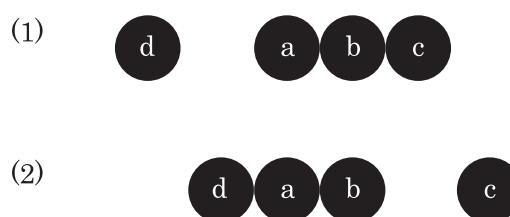


図1 Marciの衝突実験；(1)d衝突前，(2)d衝突後

現代社会において、衝突現象は娯楽分野から産業分野まで、ありとあらゆる分野で見られる。産業分野の中では、ものづくりとも密接に関わり、生産段階は勿論のこと、更に上流の設計開発段階からも大きな関連性を持つ。生産段階の例としては、生産ライン内における製品（部品や半成品、完成品など）同士、あるいはそれらと治具や壁面などの衝突をも考慮しながら、あるべき生産工程や搬送経路を検討するといった、生産技術的なシーンが想定される。また、製品を別の現場に輸送する際の梱包・輸送技術を検討するシーンでも、衝突現象がその主題の一つとなる。一方、設計開発段階の例としては、衝突による製品自体の損傷や相手側の損傷を低減するためにどういった素材・構造にすべきかを検討するシーンが想定される。

本稿では、ものづくりとも深く関わる衝突現象を題材に、理論と実際を比較しながら、特に、将来ものづくりに携わろうとする方々と共に、事実にも則した思考・判断の重要性について考えたい。なお、衝突現象の中にも様々なパターンがあるが、本稿では、特に身近な「平面上での非弾性衝突」に焦点を絞る。

## 2. 平面上での非弾性衝突の理論的解釈

ものづくりに携わる技術者・技能者の中で、自らの専門分野として衝突現象を学究した経験を有する者は少ないであろう。むしろ、衝突現象については、高等学校や大学初学年で扱われる物理（以下、「初等物理」という。）を修めるに留まる者が大多数ではなかろうか。本節では、このような初等物理の中で、「平面上での非弾性衝突」がどのように解釈されているか、その概観を見直したい。

### 2.1 衝突物体に関する理想化

任意の形の物体の衝突現象は非常に複雑であるため<sup>(4)</sup>、衝突現象を理論的に解釈する際、球体と球体、あるいは球体と平面の衝突を想定して議論されることが一般的である。このとき、衝突物体である球体は質点（mass point）であるとして議論されることが多い。質点は、質量はあるが大きさを持たない、点状に理想化された物体である。あるいは、より現実味のある物体として、質量と大きさはあるが変形しない剛体（rigid body）であるとするこゝもある。剛体では、それぞれが質点とみなしてよいほどの微小要素の集合体であると考え、隣り合う要素間には、剛体が変形しないように内力が働くと考え（図2に、隣り合う要素  $i, j$  が互いを押す力  $F_{ij}$ ,  $F_{ji}$  を示す）<sup>(5)</sup>。いずれにしても、衝突物体としての球体は、基本的に変形を考慮する必要のない理想化された物体として扱う。

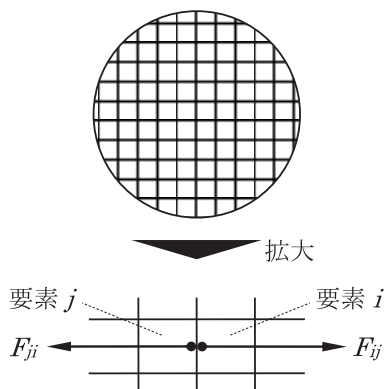


図2 剛体内の隣り合う要素間に働く内力イメージ

一方、衝突物体の一方として平面を考える場合、この平面側についても理想化はなされる。具体的には、変形を前提とせず、表面は滑らかであるとの理想化がなされることが通例である。

### 2.2 衝突状況に関する理想化

衝突物体に関する理想化とも関連するが、衝突の際の状況として、平面上で摩擦が発生することは想定していない。また、このように摩擦の影響を考える必要がないため、衝突物体を大きさのある剛体と仮定したとしても、回転の有無やその影響には言及しないことが殆どである。

### 2.3 非弾性衝突の考え方

そもそも、衝突現象とは、複数の物体が互いに相対運動を行っているときに接触（または近距離力の有効範囲に接近）して、極めて短い時間の間に強い力を及ぼし合い、運動状態を変える現象である。図3に、質量  $m_1, m_2$  である2つの質点が大きさ  $v_1, v_2$  の速度で近づき、斜線内の領域で力を及ぼし合った結果、大きさ  $u_1, u_2$  の速度となって遠ざかる様子を示す。式(1), (2)で表される衝突前後の運動エネルギーの和  $E, E'$  について、 $E = E'$  の場合が弾性衝突、 $E > E'$  の場合が非弾性衝突とされる。

このように、非弾性衝突では衝突後に運動エネルギーが減少するが、理論的解釈では、減少した運動エネルギーは熱に変換されたと考える。熱とは、物体を構成する物質の原子・分子レベルの運動エネルギーである。しかし、衝突物体の両者が変形を前提

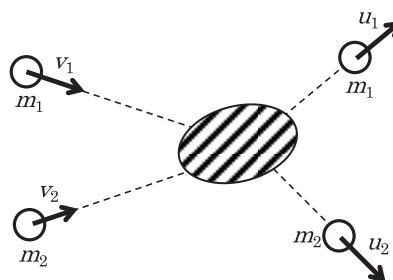
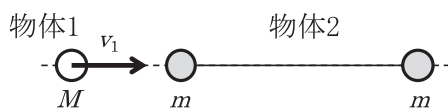


図3 2質点の衝突イメージ

$$E = m_1 v_1^2/2 + m_2 v_2^2/2 \quad (1)$$

$$E' = m_1 u_1^2/2 + m_2 u_2^2/2 \quad (2)$$

(衝突直前)



(衝突直後)

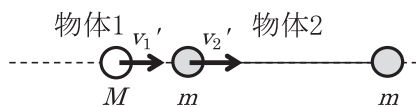


図4 2つの質点系の衝突イメージ

としない物体と考えると理論的な説明が困難である。そこで、図4のような簡易的モデルを用いると、非弾性衝突を理論的に解釈することができる。

図4に示すように、「質量 $M$ の質点(物体1)」と「質量 $m$ の2個の質点がばね定数 $k$ のばねで結合された質点系(物体2)」が存在するとし、静止している物体2に物体1が速度 $v_1$ で衝突する状況を考える。これらが衝突した際、まず、物体2の左側の質点が衝突される(反発係数 $e=1$ の弾性衝突とする)が、衝突直後、物体2のばねの縮みはまだ発生しておらず、右側の質点も動き出していない。そこで、衝突直後の物体1の速度を $v_1'$ 、物体2の左側の質点の速度を $v_2'$ とすると、運動量保存則、及び反発係数の式から、式(3)、(4)が成立し、これらから式(5)、(6)が得られる。

$$Mv_1' + mv_2' = Mv_1 \quad (3)$$

$$v_2' - v_1' = v_1 \quad (4)$$

$$v_1' = (M - m)v_1 / (M + m) \quad (5)$$

$$v_2' = 2Mv_1 / (M + m) \quad (6)$$

衝突直後の物体2の重心速度は、式(6)で得られる速度の半分、すなわち $Mv_1 / (M + m)$ である。そして、衝突後、物体2には外力が働かず、物体2はこの重心速度で等速度運動を行う。結局、物体1、2の衝突前後の速度は表1のように整理される。

表1に示した速度情報を用いると、物体1と物体2の間の反発係数 $e$ が得られる。つまり、式(7)の計算により $e = m / (M + m)$ と求まり、非弾性衝突であることを示す $e < 1$ が導かれる。

表1 衝突前後の物体1、2の速度

|      | 物体 1                   | 物体 2             |
|------|------------------------|------------------|
| 衝突直前 | $v_1$                  | 0                |
| 衝突直後 | $(M - m)v_1 / (M + m)$ | $Mv_1 / (M + m)$ |

$$e = \{Mv_1 / (M + m) - (M - m)v_1 / (M + m)\} / v_1 \quad (7)$$

このように、衝突物体の一方を変形する弾性体と見立てると、非弾性衝突の理論的解釈を展開することは可能である。

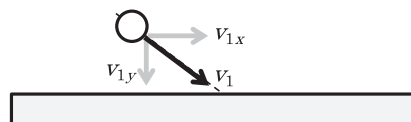
## 2.4 平面上での非弾性衝突

2.3のように両物体が移動して衝突するのではなく、一方が移動する物体で、他方が固定化された平面である場合、「衝突前後の運動エネルギーの和 $E, E'$ について、 $E = E'$ の場合が弾性衝突、 $E > E'$ の場合が非弾性衝突」とする考え方は、移動する物体にのみ適用し、弾性衝突と非弾性衝突の区別がなされる。このような平面上での非弾性衝突について論じるとき、初等物理では、移動する物体の速度を図5のように分解し、衝突前後の速度についての関係式が立てられる。すなわち、衝突前後の物体の平面に平行な速度成分を $v_{1x}, v_{2x}$ 、平面に垂直な速度成分を $v_{1y}, v_{2y}$ とし、物体と平面の間の反発係数を $e (< 1)$ とすると、式(8)、(9)が成立するとされる。

$$v_{2x} = v_{1x} \quad (8)$$

$$v_{2y} = -ev_{1y} \quad (9)$$

(衝突直前)



(衝突直後)

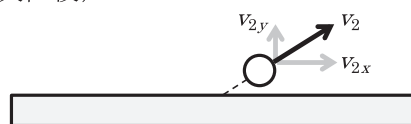


図5 平面上での物体の非弾性衝突イメージ

## 2.5 理論的解釈の限界と危険性

上述の通り、非弾性衝突では衝突により力学的エネルギーが減少し、その理由として、熱という形でエネルギーが散逸すると考える。しかし、エネルギー散逸原因をこれに限定するのは著しい単純化であるといわざるを得ず、本来であれば、衝突物体の内部摩擦や塑性変形、破壊、音などといった他のエネルギー散逸機構も考慮すべきであろう。とはいえ、仮に、これらのあらゆるエネルギー散逸機構を考慮しようとしても、そのうちのどれが支配的になるかは衝突物体の種類や運動状態に大きく依存するため、そもそも理論的予測に限界がある。こうした状況の中、初等物理の一般的な解説書では、エネルギー散逸の形態やその過程を一切考えず、反発係数というパラメータでエネルギー散逸の度合いを表現するに留まる<sup>(6)</sup>。例えば、衝突現象を初めて本格的に学び出す位置付けにある高等学校では、物体が床に落ちてはね返るとき、床の衝突する直前と直後の速さの比は、「衝突前後の速さに関係なく、物体と床の材質によって決まる」といった説明が、検定済み教科書の中でも見られる<sup>(7)</sup>。

いずれにしても、初等物理における衝突現象に関する典型的な理論的解釈では、衝突現象の主体やその衝突状況は極めて理想化・単純化されており、非弾性衝突の理論的解釈も同様に理想化・単純化された状態での解釈となることが多い。勿論、条件の簡略化が理論的扱いを可能とし、更なる理論の進展に繋がることは古くから理解されてきたことであり、物理学やそれを土台にした工学などの分野における理想化・単純化の意義は否定しない。こうした意義を理解しつつも、実際の現象を解釈する際には、理論的解釈では大幅に条件の簡略化がなされているということを忘れてはならない。

## 3. 平面上での非弾性衝突の実際

### 3.1 現実

先に例示したように、反発係数は衝突する物質により決まる旨が初等物理の一般的な解説書で記述されているが、この記述は、事実を正しく表現してい

るとはいい難い。まず、反発係数が衝突前の運動状態に大きく依存することは既に多くの研究で示されている<sup>(8)-(14)</sup>。多くの場合で、反発係数は衝突速度の増加に伴い減少し、衝突角度や衝突時の回転に影響されることも指摘されている<sup>(15)</sup>。また、反発係数の大小が物質の表面状態に依存することも、誰もが容易に想像できるであろうし、更には、物体がその弾性の限度を超えた場合に塑性変形が起こるが、その影響も見逃せない。こうした様々な因子で反発係数が変わるということは、つまり、衝突時のエネルギー散逸機構が先に述べたように多様であるということである。

例えば、荒岡らは、平面状の氷表面に各種球状粒子を衝突させたときの反発係数を、粒子の種類だけでなく、衝突速度などの関数として測定・報告している<sup>(16)</sup>。その中で、衝突速度が2m/sでは、表2のような反発係数になり、これらは衝突速度の減少と共に徐々に増加することを確認している。そして、反発係数に影響するエネルギー散逸の主な原因として、以下1)~6)を挙げている。平面上での非弾性衝突は決して理論通りの単純なものではなく、複雑な要因が各々関連し合っていることは、こうした例からも確認できる。

- 1) 粒子と氷表面に生じる塑性変形
- 2) 氷表面でのクラック形成
- 3) 粒子が氷表面から離脱する際に働く付着力
- 4) 粒子と氷表面の微細な凹凸の破壊
- 5) 氷表面に液体状の薄膜が存在する時の粘性抵抗
- 6) 粒子と氷塊全体の弾性振動

表2 滑らかな氷表面に各種球状粒子を衝突させたときの反発係数 (衝突速度は2m/s)

| 衝突粒子 | 反発係数 |
|------|------|
| ガラス  | 0.68 |
| 氷    | 0.85 |
| テフロン | 0.88 |

### 3.2 誤概念

認知科学研究などを通じて、知識は、計画的・体系的な教育のみにより獲得されるものではなく、自分自身の経験を通して獲得されることが明らかにされている<sup>(17),(18)</sup>。従って、教授-学習の場面で新たに上げられる内容について、学習者が当該学習内容に関する概念を全く持たないということは少なく、既に学習者自身の日常生活における諸々の経験を通して問題解決時の判断や推理の根拠となる概念を形成していることが多い。このような、自前で形成され、洗練されないままに留まっている概念は、素朴概念 (naive conception)、前概念 (preconception)、代替概念 (alternative conception) などと呼ばれる。そして、これらはしばしば正しい概念と矛盾し、その場合、誤概念 (misconception) とも呼ばれる。自然科学分野において、誤概念は非常に重要な問題であり、誤概念の保有は自然科学への正しい理解を妨げるため、正しい科学的概念への概念修正が必要とされる。しかし、誤概念は日常的な経験的裏付けを基に形成されたものであるため非常に強固で、たとえ理論的に誤ったものであっても、人々はそれを保持しやすいといわれる。

物理分野の誤概念としてよく知られているものとしては、「物体は運動しているものから落下した場合、鉛直下向きに落下する」という直落信念<sup>(19)</sup>や、「運動している物体には、それと同方向の力がかかっている」というMIF (motion implies a force) 概念<sup>(20)</sup>が挙げられる。これら以外にも、物理分野の様々な誤概念<sup>(21)-(23)</sup>が今日まで研究・報告されてきたが、衝突現象についての報告例はなく、筆者により調査を実施したところ、非常に多くの者がある誤概念を保有している実態が明らかとなった<sup>(24)</sup>。すなわち、図6に示すように球体が平面と斜めに非弾性衝突するとき、24で触れた内容から明らかのように、理論的には「衝突直前の球体の運動方向と平面がなす角度 $\theta_1$ 」と「衝突直後の球体の運動方向と平面がなす角度 $\theta_2$ 」は等しくならず、 $\theta_1 > \theta_2$ となる。しかし、調査の結果、 $\theta_1 = \theta_2$ と考える者が非常に多く存在することが分かった (以下、この誤概

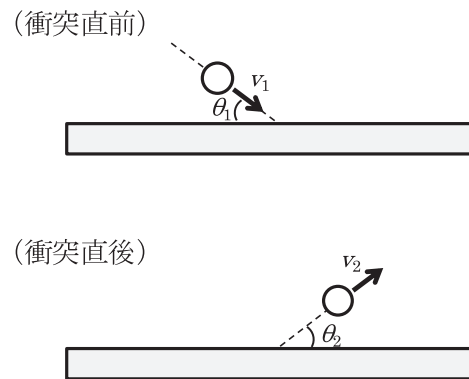


図6 平面上での非弾性衝突イメージ

念を「等角反射信念」という)。そして、この誤概念は、衝突現象の基礎理論について通常の方法による習得を経験した後でも残存することが確認されている。このことは、机上では科学的概念に基づく理論的解釈で思考・判断するが、いざ日常生活に戻ると誤概念を基に思考・判断してしまう、といったように、二つの知識体系で物事に対処しかねない危険性を暗示している。

教育現場の中でこうした誤概念を修正するには、通常の知識伝達型授業では困難で<sup>(25),(26)</sup>、学習者に自らの誤った概念について意識化させる必要があるとされる<sup>(27)</sup>。そもそも、学習者は自らの誤概念に無自覚的であることが多く、それが誤概念の修正を困難にしているという側面がある。そこで、学習者が自らの誤概念に気付くような働きかけ (メタ認知的支援) を行い、新しい科学的概念と誤概念の接続・照合を内的過程として生成させ、誤概念から科学的概念への概念修正を促す研究・実践が盛んになされてきた<sup>(28)-(30)</sup>。例えば、上述の等角反射信念についても、筆者により「誤概念の明確化」と「誤概念の獲得過程の明確化」の両アプローチを通じ、より確実なメタ認知的支援を試みたところ、著しい概念修正が実現されることを確認できている。具体的には、誤概念の反証的事実に直面させる測定実験により、学習者自身が保有する誤概念の存在に気付かせ、それに続く討議により、どういった経験的裏付けがそうした誤概念を保有することの原因になり得たのかについて反省的思考を促した。そして、誤概念の獲得過程の明確化プロセスの結果、「等角反射信念獲得に繋がり得る経験的裏付け」として、大き

く「学業経験」,「観察経験」,「デジタル視聴経験」,といった3要因が抽出された。学業経験要因は,小学校以来,「光の反射では入射角と反射角が等しくなる」と教授され続けており,その概念が過度に一般化されることが原因として存在するものである。また,観察経験要因は,壁当てやエアホッケーなど,自分が発生させた斜め衝突現象を観察する際,視点位置の関係で角度変化に気付かず,等角ではね返ると誤解することが原因として存在するというものである。そして,デジタル視聴経験要因は,テレビやゲームなどのデジタル画像を通じ,壁や床に衝突した物体は,等角ではね返るイメージを摺り込まれるというものであり,これは,現代社会特有の原因事象であるといえるかもしれない。このように,人々が保有する誤概念の裏には,必ず,その形成の基となった経験的裏付けが潜在するものである。

繰り返しになるが,誤概念を払拭するには,自分自身がその誤概念を意識化することが第一歩である。我々は,日常的な経験的裏付けからややもすると誤った概念を形成していないかを常々客観視し,正しい思考・判断を心掛けていきたいものである。

#### 4. おわりに

今回,平面上で起こる非弾性衝突を題材に,理論と現実とのギャップ,理論と我々が形成・保有してしまいがちな誤った概念とのギャップなどについて述べた。

ものづくりの現場では,衝突現象に限らず,様々な物理現象が関連する。机上でも,あるいは様々な現場においても,理論を大事にする一方で,その限界をも理解し,また,自分自身が保有しているかもしれない誤った概念の危険性にも留意しながら,事実を則した正しい思考・判断をすることが,品質・生産性・安全性の高いものづくりに繋がるであろう。将来ものづくりに携わろうとされている方々には,机上と現場で,別々の知識体系を無意識に使い分けてしまうことなく,一元化された知識体系の下で思考・判断ができる技術者・技能者になって頂きたいと願う。

#### <参考文献>

- (1) 栄嶋政弘, 他14名: 高校生のための近代物理学史, 奈良近代物理学史研究会,(2004), 18.
- (2) M. Marci : De Proportione Motus,(1639).
- (3) I. Newton: Philosophiae Naturalis Principia Mathematica,(1687).
- (4) 戸田盛和, 宮島龍興: 物理学ハンドブック, 朝倉書店, (1999), 46-47.
- (5) 阿部龍蔵, 川村清, 佐々田博之: 物理学新訂版, サイエンス社, (2002), 64-65.
- (6) 國仲寛人: 物性研究, 90(5) (2008), 685-720.
- (7) 中村英二, 他14名: 高等学校物理, 第一学習社,(2013), 39.
- (8) G. Kuwabara and K. Kono: Japanese Journal of Applied Physics, 26(8) (1987), 1230-1233.
- (9) R. Sondergaard, K. Chaney and C. E. Brennen : Journal of Applied Mechanics, 112(3) (1990), 694-699.
- (10) K. D. Supulver, F. G. Bridges and D. N. C. Lin : Icarus, 113(1) (1995), 188-199.
- (11) N. V. Brilliantov, F. Spahn, J.-M. Hertzsch and T. Pöschel : Physical Review E, 53(5) (1996), 5382-5392.
- (12) W. A. M. Morgado and I. Oppenheim : Physical Review E, 55(2) (1997), 1940-1945.
- (13) T. Schwager and T. Pöschel : Physical Review E, 57(1) (1998), 650-654.
- (14) R. Ramírez, T. Pöschel, N. V. Brilliantov and T. Schwager : Physical Review E, 60(4) (1999), 4465-4472.
- (15) J. Calsamiglia, S. W. Kennedy, A. Chatterjee, A. Ruina and J. T. Jenkins : Journal of Applied Mechanics, 66(1) (1999), 146-152.
- (16) 荒岡邦明, 前野紀一: 低温科学. 物理篇, 36(1979), 55-65.
- (17) 塚本浩司: 物理教育, 52(2) (2004), 133-139.
- (18) 進藤聡彦: 山梨大学教育人間科学部紀要, 11(2010), 224-232.
- (19) M. McCloskey, A. Washburn and L. Felch : Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition, 9(4) (1983), 636-649.
- (20) J. Clement : American Journal of Physics, 50(1) (1982), 66-71.
- (21) 井田暁, 越桐國雄: 大阪教育大学紀要第V部門教科教育, 59(1) (2010), 29-39.
- (22) 新田英雄: 物理教育, 60(1) (2012), 17-22.
- (23) 村田朋恵, 黒澤実姫, 藤原優, 荒川絵梨, 柿崎健, 八木一正: 日本科学教育学会研究会研究報告, 27(2) (2012), 55-56.
- (24) 仲野純章: submitted to 理科教育学研究.
- (25) 田中照久: 物理教育, 55(4) (2007), 303-305.
- (26) 徐丙鉄, 安部保海, 道上達広: 近畿大学工学部紀要. 人文・社会科学篇, 45(2015), 1-22.
- (27) M. Z. Hashweh : European Journal of Science Education, 8(3) (1986), 229-249.
- (28) 小野寺淑行: 千葉大学教育学部研究紀要第1部, 42(1994), 299-310.
- (29) 仲島恵美, 吉野巖: 第48回日本教育心理学会総会発表論文集, (2006), 243.
- (30) 吉野巖, 小山道人: 北海道教育大学紀要教育科学編, 57(2) (2007), 165-175.